OPCIÓN EDUCATIVA AUTOPLANEADA
MODALIDAD MIXTA

Programa de Estudio

Cálculo Diferencial

Cuarto semestre

Componente disciplinar Básico
Bachillerato Tecnológico

Este material, dirigido a toda la sociedad, emplea los términos: alumnos, estudiantes, docente, aludiendo a ambos géneros, con la finalidad de facilitar la lectura. Sin embargo, este criterio editorial no demerita los compromisos que la Secretaría de Educación Pública asume en cada una de las acciones encaminadas a consolidar la equidad de género.

Subsecretaría de Educación Media Superior
Dirección General de Educación Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar
Dirección General de Educación Tecnológica Industrial y de Servicios
Av. Universidad 1200, cuarto piso. Col. Xoco
Alcaldía Benito Juárez, C.P. 03330, Ciudad de México
Primera edición: enero, 2024

DIRECTORIO

LETICIA RAMÍREZ AMAYA
SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

NORA RUVALCABA GÁMEZ
SUBSECRETARIA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

SILVIA AGUILAR MARTÍNEZ
COORDINADORA SECTORIAL DE FORTALECIMIENTO ACADÉMICO

GUILLERMO ANTONIO SOLÍS SÁNCHEZ
DIRECTOR GENERAL DE EDUCACIÓN TÉCNOLÓGICA
AGROPECUARIA Y CIENCIAS DEL MAR

ROLANDO DE JESÚS LÓPEZ SALDAÑA
DIRECCIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN TECNOLÓGICA
INDUSTRIAL Y DE SERVICIOS

CRÉDITOS

Coordinación técnica

María Magdalena Oliva Sandoval / Coordinadora Sectorial de Desarrollo Académico e Infraestructura de la DGETAyCM.
Laura Leal Sorcia / Subdirectora de Innovación Académica de la DGETI.

Coordinación Académica
Delia Carmina Tovar Vázquez / Directora de Innovación Educativa de la COSFAC

Asesoría Técnico-Pedagógica

Rosa María Mendoza Cervantes / Subdirectora de Planes y Programas de Estudio de la DGETAyCM
Andrea Archundia Rodríguez / Jefa de Departamento de Componentes Profesionales de la DGETAyCM
José Zenón Escobar Pérez / DGETAyCM
María Luisa Torres Fragoso / DGETI
Miguel Ángel Mendoza Castro / DGETI
María Guadalupe Díaz Zacarías / DGETI

Autores

Rosa Martha Medina Hernández / DGETAyCM
Marina Ituarte López / DGETAyCM
Carmina Jiménez Flores / DGETAyCM
Flora Barranco Montiel / DGETAyCM

ÍNDICE

PRESENTACIÓN

Con el propósito de ampliar y diversificar la oferta educativa que ofrece la Dirección General de Educación Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar (DGETAyCM) y la Dirección General de Educación Tecnológica Industrial y de Servicios (DGETI), han diseñado conjuntamente el plan y los programas de estudio de la opción educativa Autoplaneada para atender a las necesidades de un segmento de la población que, por distintas razones, no ingresaron a la Educación Media Superior (EMS), requieren concluir sus estudios y obtener el certificado de terminación del tipo media superior y/o título y cédula profesional, o no puede asistir de manera presencial a cursar el bachillerato.

Los jóvenes y adultos a los cuales está destinada esta opción educativa poseen distintos perfiles y habilidades (no son un grupo homogéneo) que requieren potenciar para desarrollar el pensamiento analítico, crítico, reflexivo, sintético y creativo, en oposición al esquema que apunte solo a la memorización; esto implica superar que asimismo, los esquemas de evaluación que dejan rezagados a muchos estudiantes y que no miden el desarrollo gradual de los aprendizajes, de las competencias y el reconocimiento de las experiencias adquiridas fuera del aula para responder con éxito al dinamismo actual que los jóvenes y adultos requieren para enfrentar y superar los retos del presente y del futuro.

Se requiere un currículo distinto a la modalidad escolarizada que permita la generación de programas de estudio flexibles, que se adapte a los distintos estilos y ritmos de aprendizaje, y que ponga énfasis en la autonomía del aprendizaje, ya que esta opción educativa Autoplaneada requiere principalmente del estudio independiente para el logro de los propósitos educativos.

Los programas de estudio se diseñaron mediante un trabajo interinstitucional tomando como referencia lo establecido en el Acuerdo Secretarial 27/10/2021 por el que se modifica el diverso número 653 por el que se establece el plan de estudios del Bachillerato Tecnológico, el Acuerdo número 445 por el que se conceptualizan y definen para la Educación Media Superior las opciones educativas en las diferentes modalidades, y el Acuerdo Secretarial 444 por el que se establecen las competencias que constituyen el marco curricular común del Sistema Nacional de Bachillerato.

Considerando lo anterior, para el logro de los propósitos de las Unidades de Aprendizaje Curriculares (UAC), en los programas de estudio de esta opción educativa se establece una distribución del 30% de mediación docente y, un 70%, de estudio independiente. Con un enfoque centrado en el estudiante, andragógico y constructivista para el desarrollo de las competencias genéricas, disciplinares básicas y extendidas y las profesionales básicas y extendidas propias a cada carrera técnica.

Se plantea una metodología situada desde la andragogía referida a la forma de planificar, administrar y dirigir la práctica educativa de los adultos, enfatizando en aquellos aspectos que, además de sustentar el proceso, ayuden a enriquecer los conocimientos generales o profesionales del estudiante adulto mediante el aprendizaje autónomo.

El enfoque antropogógico contribuye al aprendizaje de los estudiantes y se caracteriza por:

- Instruir y educar permanentemente, en cualquier período del desarrollo psicológico, biológico, fisiológico y en función de la vida natural, ergológica y social del estudiante.
- Reeducar a los estudiantes de todas las edades.
- Contextualizar desde lo socioeducativo.

Derivado de este enfoque, se retoma la andragogía para la conceptualización y atención de los procesos de educación de las personas adultas, orientados a continuar el desarrollo de sus capacidades, a la actualización o profundización de sus conocimientos, a la apropiación y utilización de nuevas tecnologías y, en general, mantener o mejorar su calidad de desempeño personal, profesional y social.

El desarrollo de las competencias se logra desde una perspectiva inter y transdisciplinar a través de las actividades de aprendizaje situado diseñadas por el docente, de acuerdo con las competencias de los módulos en cada carrera; desde la relación vertical y horizontal con las asignaturas de los componentes disciplinar básico y extendido, apoyándose en los programas de habilidades socioemocionales.

1. JUSTIFICACIÓN

El programa de estudio de la UAC de Cálculo Diferencial es una guía para el docente que abordará los aprendizajes clave y las competencias del Marco Curricular Común (MCC) para el perfil de egreso de la Educación Media Superior (EMS), expresado en ámbitos individuales, que definen el tipo de estudiante que se busca formar, a través del logro de los aprendizajes clave de la asignatura de Cálculo Diferencial.

Impulsando los siguientes ámbitos:

Ámbito	Perfil de egreso
Pensamiento crítico y solución de problemas	• Utiliza el pensamiento lógico y matemático, así como los métodos de las ciencias para analizar y cuestionar críticamente fenómenos diversos. • Desarrolla argumentos, evalúa objetivos, resuelve problemas, elabora y justifica conclusiones, y desarrolla innovaciones. Asimismo, se adapta a entornos cambiantes.
Pensamiento matemático	• Construye e interpreta situaciones reales, hipotéticas o formales que requieren de la utilización del pensamiento matemático. • Formula y resuelve problemas, aplicando diferentes enfoques. • Argumenta la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos o analíticos.

De forma transversal se favorecerá el desarrollo gradual de los siguientes ámbitos:

Ámbitos transversales del perfil de egreso que atiende la asignatura

Ámbito	Perfil de egreso
Habilidades socioemocionales y proyecto de vida	• Es autoconsciente y determinado, cultiva relaciones interpersonales sanas, maneja sus emociones, tiene capacidad de afrontar la adversidad y actuar con efectividad y reconoce la necesidad de solicitar apoyo. Fija metas y busca aprovechar al máximo sus opciones y recursos. • Toma decisiones que le generan bienestar presente, oportunidades y sabe lidiar con riesgos futuros.
Colaboración y trabajo en equipo	• Trabaja en equipo de manera constructiva, participativa y

	responsable, propone alternativas para actuar y solucionar problemas. • Asume una actitud constructiva.
Lenguaje y comunicación	• Se expresa con claridad de forma oral y escrita tanto en español como en lengua indígena en caso de hablarla. • Identifica las ideas clave en un texto o discurso oral e infiere conclusiones a partir de ellas. • Se comunica en inglés con fluidez y naturalidad.
Habilidades digitales	• Utiliza adecuadamente las tecnologías de la información y la comunicación para investigar, resolver problemas, producir materiales y expresar ideas. • Aprovecha estas tecnologías para desarrollar ideas e innovaciones.

2. DATOS DE IDENTIFICACIÓN DE LA ASIGNATURA

La asignatura de Cálculo Diferencial se encuentra dentro del campo disciplinar de Matemáticas, se imparte en el cuarto semestre de la opción educativa Autoplaneada; de conformidad con el Acuerdo Secretarial 27/10/21, publicado en el Diario Oficial de la Federación el 12 de octubre de 2021.

1er. Semestre	2o. semestre	3er. semestre	4o. semestre	5o. semestre	6o. semestre
Álgebra 2 h MD 4 h EI	**Geometría y trigonometría** 2 h MD 4 h EI	**Geometría analítica** 2 h MD 4 h EI	**Cálculo diferencial** 2 h MD 4 h EI	**Cálculo integral** 2 h MD 4 h EI	**Probabilidad y estadística** 2 h MD 4 h EI
Inglés I 1 h MD 3 h EI	**Inglés II** 1 h MD 3h EI	**Inglés III** 1 h MD 3 h EI	**Inglés IV** 1 h MD 3 h EI	**Inglés V** 2 h MD 4 h EI	**Temas de filosofía** 2 h MD 4 h EI
Química I 2 h MD 4 h EI	**Química II** 2 h MD 4 h EI	**Biología** 2 h MD 4 h EI	**Física I** 2 h MD 4 h EI	**Física II** 2 h MD 4 h EI	**Asignatura del área disciplinar extendida a elegir** (1-12)***** 2 h MD 4 h EI
Tecnologías de la información y la comunicación 1 h MD 3 h EI	**Lectura, expresión oral y escrita II** 2 h MD 4 h EI	**Ética** 2 h MD 4 h EI	**Ecología** 2 h MD 4 h EI	**Ciencia, tecnología, sociedad y valores** 2 h MD 4 h EI	**Asignatura del área disciplinar extendida a elegir** (1-12)***** 2 h MD 4 h EI
Lógica 2 h MD 4 h EI **Lectura, expresión oral y escrita I** 2 h MD 4 h EI	**Módulo I** 6 h MD 15 h EI	**Módulo II** 6 h MD 15 h EI	**Módulo III** 6 h MD 15 h EI	**Módulo IV** 5 h MD 11 h EI	**Módulo V** 5 h MD 11 h EI

Componente de formación disciplinar básica | Componente de formación disciplinar extendida | Componente de formación profesional

Área disciplinar extendida			
Físico-Matemática	**Económico-Administrativa**	**Químico-Biológica**	**Humanidades y Ciencias sociales**
1. Temas de Física 2. Dibujo técnico 3. Matemáticas aplicadas	4. Temas de Administración 5. Introducción a la Economía 6. Introducción al Derecho	7. Introducción a la Bioquímica 8. Temas de Biología contemporánea 9. Temas de Ciencias de la salud	10. Temas de Ciencias sociales 11. Literatura 12. Historia

Nota: Horas a la semana de mediación docente (MD), horas a la semana de estudio independiente (EI). 16 semanas al semestre.

3. PROPÓSITO FORMATIVO DEL CAMPO DISCIPLINAR DE MATEMÁTICAS

Las competencias disciplinares básicas de Matemáticas buscan propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos.

Las competencias reconocen que a la solución de cada tipo de problema matemático corresponden diferentes conocimientos y habilidades, y el despliegue de diferentes valores y actitudes. Por ello, los estudiantes deben poder razonar matemáticamente, y no simplemente responder ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos. Esto implica el que puedan hacer las aplicaciones de esta disciplina más allá del salón de clases.

4. PROPÓSITO DE LA ASIGNATURA

Que el estudiante de extra edad y adultos que cursan el bachillerato aprendan a identificar, utilizar y comprender los sistemas de representación del cambio continuo y su discretización numérica con fines predictivos.

Por lo tanto, se establecen los Aprendizajes Clave que coadyuvarán a alcanzar el propósito antes mencionado y que se muestran a continuación:

Aprendizajes clave de la asignatura

Eje	Componentes	Contenidos centrales
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y predicción: elementos del Cálculo.	Conceptos básicos de sistemas de coordenadas, orientación y posición. Introducción a las funciones algebraicas y elementos de las funciones trascendentes elementales. Usos de la derivada en diversas situaciones contextuales. Tratamiento intuitivo: numérico, visual y algebraico de los límites. Tratamiento del cambio y la variación: estrategias variacionales. Graficación de funciones por diversos métodos. Introducción a las funciones continuas y a la derivada como una función. Criterios de optimización: Criterios de localización para máximos y mínimos de funciones. Nociones básicas de derivación de orden uno y orden dos (primera y segunda derivada). Optimización y graficación de funciones elementales (algebraicas y trascendentes).

5. CUADRO DE CONTENIDOS

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Evaluación
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y predicción: elementos del Cálculo.	Conceptos básicos de sistemas de coordenadas, orientación y posición. Introducción a las funciones algebraicas y elementos de las funciones trascendentes elementales.	El tratamiento de las representaciones del cambio en distintos contextos. Tablas, gráficas, texto, expresión oral, movimiento físico, funciones y derivadas. ¿Cómo represento el cambio?, ¿Puedo representar mi posición en una gráfica dependiente del tiempo? ¿Qué es el cambio y qué es la variación? Intervalos de monotonía, funciones crecientes y decrecientes. ¿Si una función pasa de crecer a decrecer hay un punto máximo en el medio? ¿Al revés, un punto mínimo? ¿Así se comporta la temperatura en mi ciudad durante todo el día?	Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio. Construye y analiza sucesiones numéricas y reconoce los patrones de crecimiento y de decrecimiento. Analiza las regiones de crecimiento y decrecimiento de una función.	**Portafolio de evidencias:** Obtener las funciones algebraicas a partir de datos de sucesiones numéricas y patrones. Representar el cambio numérico de patrones de crecimiento en una función algebraica y construir su tabla y gráfica. **Exposición:** Establecer conjeturas sobre el crecimiento y decrecimiento de las funciones y las operaciones que se pueden realizar entre ellas.	Heteroevaluación Formativa Lista de cotejo Coevaluación Formativa Lista de cotejo
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y predicción: elementos del Cálculo.	Usos de la derivada en diversas situaciones contextuales. Tratamiento intuitivo: numérico, visual y algebraico de los límites. Tratamiento del cambio y la variación: estrategias variacionales.	¿Qué tipo de procesos se precisan para tratar con el cambio y la optimización, sus propiedades, sus relaciones y sus transformaciones representacionales? ¿Por qué las medidas del cambio resultan útiles para el tratamiento de diferentes situaciones contextuales? ¿Se pueden sumar las funciones?, ¿Qué se obtiene de sumar una función lineal con otra	Encuentra en forma aproximada los máximos y mínimos de una función. Opera algebraica y aritméticamente, representa y trata gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas). Determina algebraica y visualmente las asíntotas de algunas funciones racionales básicas.	Trazo de funciones identificando máximos y mínimos. Trazo de funciones con el uso de software. Problemas de límites de diferentes tipos de funciones.	Heteroevaluación Formativa Lista de cotejo Heteroevaluación Formativa Lista de cotejo Heteroevaluación Formativa Lista de cotejo

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Evaluación
			función lineal? ¿Una cuadrática con una lineal?, ¿Se le ocurren otras? Construyendo modelos predictivos de fenómenos de cambio continuo y cambio discreto. Calcular derivadas de funciones mediante técnicas diversas.	Utiliza procesos para la derivación y representan a los objetos, derivada y derivada sucesiva como medios adecuados para la predicción local.	Ejercicios sobre derivadas de distintos tipos de funciones.	Coevaluación Formativa Lista de cotejo
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y predicción: elementos del Cálculo.	Graficación de funciones por diversos métodos. Introducción a las funciones continuas y a la derivada como una función. Criterios de optimización: Criterios de localización para máximos y mínimos de funciones.	Determinar el máximo o el mínimo de una función mediante los criterios de la derivada ¿Dónde se crece más rápido? Encontrar los puntos de inflexión de una curva mediante el criterio de la segunda derivada. ¿Cómo se ve la gráfica en un punto de inflexión? ¿Podrías recortar el papel siguiente de esa gráfica?, ¿Qué observas?	Localiza los máximos, mínimos y las inflexiones de una gráfica para funciones polinomiales y trigonométricas.	Gráfica de máximos y mínimos de funciones lineales, parábolas y cúbicas. Problemas de optimización de cajas.	Rúbrica Heteroevaluación Formativa
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y predicción: elementos del Cálculo.	Nociones básicas de derivación de orden uno y orden dos (primera y segunda derivada). Optimización y graficación de funciones elementales (algebraicas y trascendentes).	Reconocer las propiedades físicas como posición, velocidad y aceleración y su correspondencia con la función, la derivada primera y la segunda derivada de una función. Interpretación física de los puntos singulares. Calcular derivadas sucesivas de funciones polinomiales y trigonométricas mediante algoritmos, no mayor a la tercera derivada. ¿Existen caminos directos para	Calcula y resuelve operaciones gráficas con funciones para analizar el comportamiento local de un función (los ceros de *f*, *f* ' y *f* "). En algunos casos, se podrán estudiar los cambios de *f* " mediante la tercera derivada.	Resolución de ejercicios de derivadas sucesivas de funciones polinomiales. Resolución de problemas de física para calcular la posición, velocidad y aceleración.	Heteroevaluación/ sumativa Rúbrica Heteroevaluación/ sumativa Rúbrica

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Evaluación
			derivar? ¿qué métodos conocemos? Predice el comportamiento en el crecimiento de un proceso de cambio en el dominio continuo (variables reales) y en el dominio discreto (variables enteras).			

6. DOSIFICACIÓN DEL PROGRAMA DE ESTUDIO

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Competen-cias Genéricas	Atributos	Competencia Disciplinar	Media-ción Docente	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Estudio Indep. 70%	%	Evaluación
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y predicción: elementos del Cálculo.	Conceptos básicos de sistemas de coordenadas orientación y posición. Introducción a las funciones algebraicas y elementos de las funciones trascendentes elementales.	El tratamiento de las representaciones del cambio en distintos contextos. Tablas, gráficas, texto, expresión oral, movimiento físico, funciones y derivadas. ¿Cómo represento el cambio?, ¿Puedo representar mi posición en una gráfica dependiente del tiempo? ¿Qué es el cambio y qué es la variación? Intervalos de monotonía, funciones crecientes y decrecientes. ¿Si una función pasa de crecer a decrecer hay un punto máximo en el medio? ¿Al revés, un punto mínimo? ¿Así se comporta la	8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.	8.1 Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. 8.2 Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva. 8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.	3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.	**1 hora**	Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio.	**Portafolio de evidencias:** Obtener las funciones algebraicas a partir de datos de sucesiones numéricas y patrones.	**2 horas**	25 %	Heteroevaluación Formativa Lista de cotejo
							5 horas	Construye y analiza sucesiones numéricas y reconoce los patrones de crecimiento y de decrecimiento.	**Portafolio de evidencias**: Representar el cambio numérico de patrones de crecimiento en una función algebraica y construir su tabla y gráfica.	**10 horas**	45 %	Heteroevaluación Formativa Lista de cotejo
							3 horas	Analiza las regiones de crecimiento y decrecimiento de una función.	**Exposición:** Establecer conjeturas sobre el crecimiento y decrecimiento de las funciones.	**6 horas**	30 %	Coevaluación Formativa Lista de cotejo **1er. Parcial**

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Competen-cias Genéricas	Atributos	Competencia Disciplinar	Media -ción Docen te	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Estudi o Indep. 70%	%	Evaluación
			temperatura en mi ciudad durante todo el día?									
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y predicción: elementos del Cálculo.	Usos de la derivada en diversas situaciones contextuales Tratamiento intuitivo: numérico, visual y algebraico de los límites. Tratamiento del cambio y la variación: estrategias variacionales	¿Qué tipo de procesos se precisan para tratar con el cambio y la optimización, propiedades, relaciones y transformaciones representacionales? ¿Por qué las medidas del cambio resultan útiles para el tratamiento de diferentes situaciones contextuales? ¿Se pueden sumar las funciones?, ¿Qué se	1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.	1.1 Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consciente de sus valores, fortalezas y debilidades. 1.2 Identifica sus emociones, las maneja de manera constructiva y reconoce la necesidad de solicitar apoyo ante una situación que lo rebase. 2.1 Valora el arte como manifestación de la belleza y expresión de	2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.	**1 hora**	Encuentra en forma aproximada los máximos y mínimos de una función.	Trazo de funciones identificando máximos y mínimos.	**2 horas**	10 %	Heteroevaluación Formativa Lista de cotejo

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Competen-cias Genéricas	Atributos	Competencia Disciplinar	Media-ción Docente	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Estudio Indep. 70%	%	Evaluación
			obtiene de sumar una función lineal con otra función lineal? ¿Una cuadrática con una lineal?, ¿Se le ocurren otras? Construyendo modelos predictivos de fenómenos de cambio continuo y cambio discreto.	2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.	ideas, sensaciones y emociones.	1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.	**2 horas**	Opera algebraica y aritméticamente, representa y trata gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas).	Trazo de funciones a partir de sus límites	**4 horas**	15 %	Heteroevaluación Formativa Lista de cotejo
			Calcular derivadas de funciones mediante técnicas diversas.	4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.	4.2 Aplica distintas estrategias comunicativas según quienes sean sus interlocutores, el contexto en el que se encuentra y los objetivos que persigue.	4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.	**2 horas**	Determina algebraica y visualmente las asíntotas de algunas funciones racionales básicas.	Problemas de límites de diferentes tipos de funciones.	**4 horas**	25 %	Heteroevaluación Formativa Lista de cotejo

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Competen-cias Genéricas	Atributos	Competencia Disciplinar	Media -ción Docente	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Estudio Indep. 70%	%	Evaluación
				1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.	1.1 Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consciente de sus valores, fortalezas y debilidades. 1.2 Identifica sus emociones, las maneja de manera constructiva y reconoce la necesidad de solicitar apoyo ante una situación que lo rebase.	1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.	**5 horas**	Utiliza procesos para la derivación y representan a los objetos derivada y derivada sucesiva como medios adecuados para la predicción local.	Ejercicios sobre derivadas de distintos tipos de funciones.	**10 horas**	50 %	Coevaluación Formativa Lista de cotejo **2ndo. Parcial.**

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Competen-cias Genéricas	Atributos	Competencia Disciplinar	Media -ción Docen te	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Estudi o Indep. 70%	%	Evaluación
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y predicción: elementos del Cálculo.	Graficación de funciones por diversos métodos. Introducción a las funciones continuas y a la derivada como una función. Criterios de optimización: Criterios de localización para máximos y mínimos de funciones.	Determinar el máximo o el mínimo de una función mediante los criterios de la derivada ¿Dónde se crece más rápido? Encontrar los puntos de inflexión de una curva mediante el criterio de la segunda derivada. ¿Cómo se ve la gráfica en un punto de inflexión? ¿Podrías recortar el papel siguiente en esa gráfica?, ¿Qué observa?	5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. 8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.	5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo. 8.1 Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. 8.2 Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva. 8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos	6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean. 3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.	**7 horas**	Localiza máximos, mínimos y las inflexiones de una gráfica para funciones polinomiales y trigonométricas.	Localizar en el plano cartesiano las regiones de crecimiento y de decrecimiento de una función dada en un contexto específico. (Considerar diferentes ejemplos) Calcular el máximo de la trayectoria en el tiro parabólico.	**13 horas**	30 % 30 %	Rúbrica Heteroevaluación Formativa

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Competen-cias Genéricas	Atributos	Competencia Disciplinar	Media-ción Docente	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Estudio Indep. 70%	%	Evaluación
					equipos de trabajo.							
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y predicción: elementos del Cálculo.	Nociones básicas de derivación de orden uno y orden dos (primera y segunda derivada). Optimización y graficación de funciones elementales (algebraicas y trascendentes).	Reconocer las propiedades físicas como posición, velocidad y aceleración y su correspondencia con la función, la derivada primera y la segunda derivada de una función. Interpretación física de los puntos singulares. Calcular derivadas sucesivas de funciones polinomiales y trigonométricas mediante algoritmos, no mayor a la tercera derivada. ¿Existen caminos directos para derivar? ¿Qué métodos conoce? Predice el comportamiento en el crecimiento	7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.	7.2 Identifica las actividades que le resultan de menor y mayor interés, dificultad, reconociendo y controlando sus reacciones frente a retos y obstáculos.	8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.	**6 horas**	Calcula y resuelve operaciones gráficas con funciones para analizar el comportamiento local de un función (los ceros de *f*, *f'* y *f''*). En algunos casos, se podrán estudiar los cambios de *f''* mediante la tercera derivada.	Resolución de ejercicios de derivadas sucesivas de funciones polinomiales Resolución de problemas de física para calcular la posición, velocidad y aceleración	**13 horas**	40 %	Rúbrica Heteroevaluación Sumativa **3er. Parcial.**

Eje	Componente	Contenido Central	Contenidos específicos	Competen-cias Genéricas	Atributos	Competencia Disciplinar	Media-ción Docente	Aprendizajes esperados	Evidencia y/o Producto esperados	Estudio Indep. 70%	%	Evaluación
			de un proceso de cambio en el dominio continuo (variables reales) y en el dominio discreto (variables enteras).									

7. TRANSVERSALIDAD

La transversalidad hace referencia a las conexiones o puntos de encuentro entre lo disciplinario y lo formativo, lograr "el todo" del aprendizaje. Busca mirar toda la experiencia escolar como una oportunidad para que los aprendizajes integren las dimensiones cognoscitivas y formativas de estos. Asimismo, es un enfoque dirigido al mejoramiento de la calidad educativa, a asegurar la equidad de la educación. Se vincula básicamente con una nueva manera de ver la realidad y vivir las relaciones sociales desde una visión sistémica o de totalidad, aportando a la superación de la fragmentación de las áreas de conocimiento, a la adquisición de valores y formación de actitudes, a la expresión de sentimientos, maneras de entender el mundo y a las relaciones sociales en un contexto específico.

Desde esta visión, al incorporar la transversalidad al currículo se busca aportar a la formación integral de las personas en los dominios cognitivo, actitudinal, valórico y social; es decir, en los ámbitos del saber, del hacer, del ser y del convivir, a través de los procesos educativos; de manera tal, que los estudiantes sean capaces de responder de manera crítica a los desafíos históricos, sociales y culturales de la sociedad en la que se encuentran inmersos y adquirir un compromiso activo con el desarrollo social, económico y democrático.

La transversalidad favorece en los estudiantes la formación de un conjunto de capacidades y competencias que les permiten desarrollar una serie de disposiciones personales y sociales (referidas al desarrollo personal, autoestima, solidaridad, trabajo en equipo, autocontrol, integridad, capacidad de emprender y responsabilidad individual, entre otras); habilidades cognitivas (capacidades de abstracción, de pensar en sistemas, de aprender, de innovar y crear); deben contribuir significativamente al proceso de crecimiento y autoafirmación personal; a orientar la forma en que la persona se relaciona con otros seres humanos y con el mundo; a fortalecer y afianzar la formación ético-valorativa y al desarrollo del pensamiento creativo y crítico.

Así, la Educación Integral es aquella que prepara al individuo en tres ámbitos: científico, tecnológico y humano, con una escala de valores bien definida, lográndose esto último con lo que aporta la transversalidad. Esto significa que son contenidos que no necesariamente tienen que conformar una asignatura en particular ni recibir un tratamiento especial dentro del currículo, sino que deben abordarse en todas las áreas que lo integran y en toda situación concreta de aprendizaje. Es necesario que los estudiantes, además de recibir conocimientos sobre diferentes tópicos de Física I, Inglés, Ecología y otras disciplinas, adquieran elementos que los preparen para la vida y para desenvolverse como futuros ciudadanos responsables, como agentes de cambio y capaces de contribuir a transformar el medio en el que les tocará vivir.

Ejemplo de transversalidad con asignaturas del mismo semestre [1]

Campo Disciplinar	Matemáticas	Ciencias experimentales	
Asignatura	Calculo Diferencial	Física I	Ecología
Contenido central	Usos de la derivada en diversas situaciones contextuales. Tratamiento intuitivo: numérico, visual y algebraico de los límites. Tratamiento del cambio y la variación: estrategias variacionales.	Electricidad en los seres vivos.	El ecosistema donde vivo
Contenido específico	¿Qué tipo de procesos se precisan para tratar con el cambio y la optimización, sus propiedades, sus relaciones y sus transformaciones representacionales? ¿Por qué las medidas del cambio resultan útiles para el tratamiento de diferentes situaciones contextuales? ¿Se pueden sumar las funciones?, ¿Qué se obtiene de sumar una función lineal con otra función lineal?, ¿Una cuadrática con una lineal?, ¿Se le ocurren otras? Construyendo modelos predictivos de fenómenos de cambio continuo y cambio discreto. Calcular derivadas de funciones mediante técnicas diversas.	Corriente eléctrica (flujo de electrones o iones).	¿Cuáles son los componentes de un ecosistema?
Aprendizajes esperados	Encuentra, en forma aproximada, los máximos y mínimos de una función. Opera algebraica y aritméticamente, representa y trata gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas). Determina algebraica y visualmente las asíntotas de algunas funciones racionales básicas. Utiliza procesos para la derivación y representa a los objetos, derivada y derivada sucesiva, como medios adecuados para la predicción local.	Relacionar algebraicamente las variables que describen el funcionamiento de circuitos eléctricos (Ley de Ohm).	Identifica técnicas y elementos de matemáticas aplicables a los procesos de cuantificación de los recursos bióticos.

[1] Programa de Estudios del Componente Básico del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior. Campo Disciplinar de Matemáticas, Bachillerato Tecnológico, Asignatura: Cálculo Diferencial https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/curriculoems/programas-de-estudio

Productos esperados	Estimar si una población crece exponencialmente, ¿cómo se estima su valor unos años después?	El brillo de los focos está relacionado con la intensidad de “corriente” manteniendo el mismo número de baterías.	Texto que responda la pregunta: ¿Cómo puedo acelerar la regeneración de un terreno quemado o talado?

Para lograr la transversalidad, se sugiere el uso de proyectos integradores que sustenten aprendizajes logrados de manera colaborativa productiva y activa en la construcción del conocimiento

8. ORIENTACIONES ANDRAGÓGICAS

El aprendizaje significativo se realiza teniendo en cuenta situaciones problemáticas del entorno físico, social y laboral del estudiante, relacionándolo con el mundo circundante, de manera que se prepare y aprenda para aplicar lo aprendido en otros ámbitos.

Las evidencias del aprendizaje están orientadas hacia la elaboración de proyectos mediante el trabajo interdisciplinario, que contribuyan a mejorar el medio ambiente físico y social que los rodea.

- Emplear el pensamiento lógico y matemático, así como los métodos de las ciencias para analizar y cuestionar críticamente fenómenos diversos. Desarrollar argumentos, evaluar objetivos, resolver problemas, elaborar y justificar conclusiones y desarrollar innovaciones. Asimismo, adaptarse a entornos cambiantes.
- Enfocar la acción educativa en la atención del estudiante conforme a sus características cognitivas, físicas, sociales, emocionales y contextuales, adaptando los propósitos, aprendizajes, contenidos, recursos, métodos, estrategias, actividades y tareas a la medida de los educandos. Es una forma de desarrollar al máximo todas las potencialidades del individuo y que aprendan a aprender, a ser, a hacer y a convivir.
- Orientar el proceso de aprendizaje hacia quien aprende, el estudiante es el centro del proceso, por lo tanto, sus motivaciones e intereses deben ser tomados en cuenta.
- Considerar los aprendizajes previos del estudiante para la adquisición de nuevos, aplicando evaluaciones diagnósticas, para conocer el nivel de logro y áreas de oportunidad.
- Preparar estrategias de reforzamiento o nivelación para que los estudiantes cuenten con los aprendizajes esenciales, considerando en todo momento sus características, el contexto y el tiempo disponible.
- Planear actividades que generen en los estudiantes interés para relacionar sustancialmente y no arbitrariamente el nuevo aprendizaje con su estructura cognitiva.
- Vincular el aprendizaje adquirido de los componentes disciplinares básico y extendido con el profesional.
- Involucrar en el proceso de enseñanza aprendizaje al docente y hacer partícipe a los estudiantes en las actividades y tareas planeadas.
- Favorecer el desarrollo de habilidades socioemocionales como elemento fundamental para el aprendizaje.
- Reconocer la naturaleza social del conocimiento, fortaleciendo al estudiante en el aula y en el estudio independiente, mediante la cooperación entre los pares para la realización de las actividades y tareas escolares, potenciando la comunicación horizontal entre ellos y su participación; aun cuando se trate de

actividades y tareas realizadas con uso de las Tecnologías de la Información, Comunicación, Conocimiento y Aprendizaje Digitales (TICCAD).

- Diseñar situaciones didácticas que propicien el aprendizaje situado. Un elemento importante para su implementación es el trabajo colaborativo, estrategia poderosa en la cual el estudiante participa de manera productiva y activa en la construcción del conocimiento.
- Entender la evaluación como un proceso continuo y permanente, fundamental para identificar las fortalezas y las áreas de oportunidad que tienen los estudiantes y los propios docentes durante el proceso de enseñanza aprendizaje.
- Utilizar estrategias e instrumentos de evaluación para la obtención de información que permita la toma decisiones en el proceso educativo y, en consecuencia, apoyar e implementar estrategias para el logro de los aprendizajes y la mejora del proceso enseñanza aprendizaje.
- Reconocer y valorar el aprendizaje informal adquirido en los sitios de inserción laboral del estudiante.
- Crear redes de contacto entre docentes y estudiantes, entre los pares y conformar comunidades de aprendizaje, que den la capacidad de acceder a contenidos e información de cualquier índole. En este sentido, los estudiantes incrementan su conocimiento a partir de lo que le proporciona la escuela, y con lo que adquiere fuera del contexto escolar, que le sirve para incrementar su conocimiento y por ende su aprendizaje.
- Promover la interdisciplinariedad para el abordaje andragógico de los contenidos y lograr los propósitos planteados en este plan de estudios; se requiere la participación de todas las áreas del conocimiento, donde se interrelacionan los contenidos, habilidades, métodos y otros componentes didácticos. La interdisciplinariedad promueve el trabajo colegiado de los docentes para tratar junto con los estudiantes una situación, problema u objeto de aprendizaje desde diferentes aristas. Por consiguiente, se favorece el aprendizaje integral y el desarrollo del conocimiento que va más allá de una disciplina.
- Implementar estrategias de enseñanza aprendizaje con enfoque de inclusión, equidad y atención a la diversidad en donde el estudiante observe, indague, descubra, investigue, explique causas, analice, reflexione, formule hipótesis, comprenda, experimente, sea creativo, innove y sea un sujeto activo en las actividades y tareas, para que los aprendizajes adquiridos se solidifiquen y se hagan significativos.
- Garantizar la igualdad de oportunidades para los estudiantes, esto no quiere decir lo mismo para todos, sino que tenga cada estudiante la oportunidad de adquirir y ampliar sus conocimientos conforme a sus características y circunstancias actuales, respeto a las diferencias, atención a la diversidad de todo tipo y a las nuevas necesidades educativas.
- Implementar estrategias de reincorporación de los estudiantes a las actividades académicas, atendiendo a la diversidad de sus contextos, de modo que al regreso a clases los estudiantes necesitarán apoyo y acompañamiento permanente para continuar aprendiendo.
- Vincular con la comunidad inmediata para enriquecer la labor de la escuela, los procesos formativos y revitalizar el lazo social.

9. CONSIDERACIONES PARA LA EVALUACIÓN

La evaluación de los aprendizajes es relevante y pertinente según el sentido con el que se oriente la recopilación y el análisis de evidencias de aprendizaje, lo que permitirá conocer el nivel de logro de aprendizajes y emitir juicios sobre lo que el estudiante aprende o lo que se enseña.

El plan de estudios retoma la conceptualización del Currículo de la EMS, en el cual se concibe a la evaluación como un proceso dinámico, continuo y sistemático que permita determinar el logro de los aprendizajes y lo que se puede hacer para mejorar los resultados; en donde no solo se centra en los conocimientos que el estudiante adquiere sino en la aplicación de estos; es decir, lo que el alumno sabe hacer con lo aprendido.

La evaluación contempla tres elementos primordiales:

1. Las actividades de aprendizaje que se desarrollan a lo largo del estudio independiente favorecerán que el estudiante asuma la responsabilidad de su propio aprendizaje, tomando en consideración la construcción de su conocimiento y la formación de sus habilidades, ampliando su horizonte de aprendizaje y de acceso para promover el desarrollo de sus competencias. El número de actividades podrá variar, dependiendo del número de semanas en el que se desarrolle cada asignatura y módulo.

   Estas actividades serán autoevaluadas por el estudiante y heteroevaluadas por el docente. Son parte de la evaluación formativa.

2. Las actividades integradoras constituyen la evidencia de aprendizaje donde un estudiante identifica sus conocimientos previos, comprende, aplica, analiza, reflexiona y evalúa su aprendizaje en el desarrollo de las actividades presenciales; se refiere a las actividades que se realizarán en los módulos del componente de formación disciplinar básico, en el que se considerarán todas las actividades/productos que se realicen en el aula y que el docente considere en su planeación didáctica de cada semana. Son las que se realizan en las sesiones presenciales y como resultado del proceso de estudio independiente. En el caso de los módulos del componente de formación profesional, se alude a las prácticas que se llevan a cabo en los laboratorios, talleres o en los sectores sociales y productivos.

3. La ponderación para las actividades integradoras será determinada por cada docente, en función de su significatividad e importancia para evidenciar el aprendizaje adquirido, tanto en la mediación docente como en el estudio independiente.

Es necesario que el docente que imparte esta opción educativa impulse el proceso de evaluación desde un enfoque formativo que contribuya a la mejora del aprendizaje.

Proceso en el que deberá:

- Tomar decisiones para que realice ajustes a su práctica y se mejore en desempeño el aprendizaje de los estudiantes.
- Considerar que los resultados de una evaluación formativa contribuyen a la mejora de la práctica en los diferentes contextos en donde la realiza.

- Focalizar la evaluación en los aprendizajes, y no en las actividades.
- Realizar un proceso de retroalimentación que proporcione información al docente para que adecue o ajuste su técnica didáctica.
- Reflexionar sobre su práctica, en cómo y qué evalúa, y en cómo y en qué momento retroalimenta los aprendizajes de los estudiantes.

Con base a lo anterior, el docente podrá dar lugar al proceso de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación de aprendizajes, de acuerdo con las actividades de aprendizaje sugeridas en cada asignatura y/o módulo y la ponderación asignada. Asimismo, podrá seleccionar y diseñar el instrumento de evaluación que estime pertinente de acuerdo con el nivel de logro de los aprendizajes de los estudiantes y a las características de su contexto.

Ejemplo de actividad/producto del proceso de evaluación.

Tipos e Instrumentos de Evaluación

Actividad o producto	**Tipo de evaluación**		**Instrumento de evaluación**
Actividades de aprendizaje	Autoevaluación	Formativa	Escala de estimación
Actividades integradoras (Presenciales)	Heteroevaluación *Coevaluación	Sumativa Formativa	**Rúbrica Lista de cotejo
Proyecto integrador	Heteroevaluación *Coevaluación	Sumativa Formativa	Rúbrica

*La coevaluación podrá aplicarse en el caso de las actividades que se lleven a cabo en equipos, por ejemplo, en el caso de las prácticas, exposiciones, trabajos en equipo, etcétera.
** Este instrumento es elaborado por el docente facilitador, con base en la planificación de actividades para las sesiones presenciales.

El docente, deberá promover la evaluación formativa y deberá impulsar un proceso de retroalimentación que permita al estudiante identificar las cualidades y fortalezas de su desempeño en la actividad de aprendizaje, en relación con los criterios que haya establecido para el logro de los aprendizajes.

Sadler (1989), citado por Shepart (2006) señala que es insuficiente que los maestros simplemente den una retroalimentación respecto de si las respuestas son correctas o incorrectas. En vez de ello, para facilitar el aprendizaje, es igualmente importante que la retroalimentación esté vinculada explícitamente a criterios claros de desempeño y que se proporcione a los estudiantes estrategias de mejoramiento (p. 19).

En correspondencia con lo que precisa el autor, la retroalimentación que realice el docente deberá realizarse durante todo el proceso de aprendizaje, y no al final, cuando ya se concluyó la Unidad/Asignatura o Módulo/Semestre).

Es importante que los docentes que impartan cada asignatura y/o submódulo sean capaces de analizar e identificar el nivel de logro de aprendizaje a partir de la construcción del trabajo del estudiante, por lo que el proceso de retroalimentación debe ser personalizado, recuperando los saberes de cada uno.

El proceso de retroalimentación en el proceso de la evaluación formativa constituye un elemento importante y efectivo para mejorar la experiencia educativa.

Ejemplo

Evidencias	Campo de aplicación	Tipo de Evaluación		Instrumentos	Porcentajes
3 exámenes parciales	Aula	Heteroevaluación	Sumativa	Examen	30%
Tareas, investigaciones, exposiciones, ensayos, portafolio de evidencias, resolución de problemas, proyectos...	Aula física o virtual	Coevaluación Autoevaluación Heteroevaluación	Formativa/ Sumativa	Rúbrica, lista de cotejo, entre otros	60%
Participación en clases	Aula	Heteroevaluación Autoevaluación Coevaluación	Formativa	Registro de participación	10%

10. SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

Aprendizaje esperado	Contenidos específicos	Actividad sugerida para el logro de los aprendizajes esperados	Evidencia de aprendizaje esperado
Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio. Construye y analiza sucesiones numéricas y reconoce los patrones de crecimiento y de decrecimiento. Analiza las regiones de crecimiento y decrecimiento de una función.	El tratamiento de las representaciones del cambio en distintos contextos. Tablas, gráficas, texto, expresión oral, movimiento físico, funciones y derivadas. ¿Cómo represento el cambio?, ¿Puedo representar mi posición en una gráfica dependiente del tiempo? ¿Qué es el cambio y qué es la variación? Intervalos de monotonía, funciones crecientes y decrecientes. ¿Si una función pasa de crecer a decrecer hay un punto máximo en el medio? ¿Al revés, un punto mínimo? ¿Así se comporta la temperatura en mi ciudad durante todo el día?	Obtener las funciones algebraicas a partir de datos de sucesiones numéricas y patrones. El docente por medio de una clase expositiva hablara sobre: que es una función y como se pasa desde el lenguaje verbal al lenguaje algebraico, y las características que debe tener una función, se refuerza el conocimiento con el apoyo del anexo 1.	Portafolio de evidencias
		Representar el cambio numérico de patrones de crecimiento en una función algebraica y construir su tabla y gráfica. El docente explicará cómo se representa una función además de la forma algebraica, como podemos llegar a realizar una tabla y su gráfica respectivamente, una vez explicado el tema y para reforzar el conocimiento se puede basar en el anexo 2.	
		Establecer conjeturas sobre el crecimiento y decrecimiento de las funciones. Se solicita que el estudiante realice la investigación sobre el crecimiento y decrecimiento de las funciones, para presentar el concepto y explicarlo con ejemplos, para presentarla en plenaria en equipo de 4 personas. El docente debe dar la retroalimentación para ver que se haya comprendido el tema visto.	Exposición
Encuentra en forma aproximada los máximos y mínimos de una función.	¿Qué tipo de procesos se precisan para tratar con el cambio y la optimización, sus propiedades, sus relaciones y sus transformaciones representacionales? ¿Por qué las medidas del cambio resultan útiles para el tratamiento de diferentes situaciones contextuales?	Obtener máximos y mínimos de una función de manera gráfica resolviendo los problemas de optimización que se indican en el anexo 3.	Trazo o esbozo de funciones identificando máximos y mínimos.

Aprendizaje esperado	**Contenidos específicos**	**Actividad sugerida para el logro de los aprendizajes esperados**	**Evidencia de aprendizaje esperado**
Opera algebraica y aritméticamente, representa y trata gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas).	¿Se pueden sumar las funciones?, ¿Qué se obtiene de sumar una función lineal con otra función lineal? ¿Una cuadrática con una lineal?, ¿Se le ocurren otras?	Usar el programa GeoGebra para sumar diferentes tipos de funciones (lineal con lineal, lineal con cuadrática) y visualizar que ocurre con su comportamiento gráfico.	Trazo de funciones con el uso de software.
Determina algebraica y visualmente las asíntotas de algunas funciones racionales básicas.	Construyendo modelos predictivos de fenómenos de cambio continuo y cambio discreto.	Analizar el concepto de limite a través de un ejemplo de la vida cotidiana (anexo 4), posteriormente mediante una exposición magisterial y utilizando la técnica del modelaje el facilitador explica la forma en que se calculan de manera gráfica y analítica los limites laterales, límites a través de teoremas, limites infinitos y límites al infinito y refuerza los conocimientos a través del anexo 5.	Problemas de límites de diferentes tipos de funciones.
Utiliza procesos para la derivación y representa a los objetos derivada y derivada sucesiva como medios adecuados para la predicción local.	Calcular derivadas de funciones mediante técnicas diversas.	Mediante una exposición magisterial y utilizando la técnica del modelaje el facilitador explica el concepto de la derivada de manera geométrica y analítica, posteriormente, solicita al alumno que realice una investigación de las reglas de derivación y su aplicación para presentarla en plenaria en binas y reforzar los conocimientos a resuelve los ejercicios del anexo 6.	Exposición Ejercicios sobre derivadas de distintos tipos de funciones.
Localiza los máximos, mínimos y las inflexiones de una gráfica para funciones polinomiales y trigonométricas.	Determinar el máximo o el mínimo de una función mediante los criterios de la derivada ¿Dónde se crece más rápido? Encontrar los puntos de inflexión de una curva mediante el criterio de la segunda derivada. ¿Cómo se ve la gráfica en un punto de inflexión? ¿Podrías recortar el papel siguiente de esa gráfica?, ¿Qué observas?	Graficar funciones lineales, cuadráticas y cubicas para localizar los máximos, mínimos y puntos de inflexión. Calcular los máximos y mínimos de la trayectoria de un tiro parabólico al lanzar algún objeto o el recorrido de una pelota que realiza un jugador. Además, calcular el máximo o el mínimo en problemas de áreas y volúmenes de figuras geométricas.	Portafolio de evidencias de gráficas donde se localizan en el plano cartesiano las regiones de crecimiento y decrecimiento de una función. Resolución de problemas para calcular el máximo de la trayectoria en el tiro parabólico.
Calcula y resuelve operaciones gráficas con funciones para analizar el comportamiento local de un función (los ceros de f, f ' y f ''). En algunos casos, se podrán estudiar los cambios de f '' mediante la tercera derivada.	Reconocer las propiedades físicas como posición, velocidad, aceleración y su correspondencia con la función, la derivada primera y la segunda derivada de una función. Interpretación física de los puntos singulares. Calcular derivadas sucesivas de funciones polinomiales y trigonométricas mediante algoritmos, no mayor a la tercera derivada. ¿Existen caminos directos para derivar? ¿Qué métodos conocemos?	Realizar ejercicios de derivadas sucesivas de funciones polinomiales obteniendo primera, segunda y tercera derivada. Resolver problemas de física donde se obtenga la posición, velocidad o aceleración.	Portafolio de evidencia de ejercicios y problemas de aplicación de física. Localizar los ceros de *f* y sus derivadas hasta el orden tres.

Aprendizaje esperado	Contenidos específicos	Actividad sugerida para el logro de los aprendizajes esperados	Evidencia de aprendizaje esperado
	Predice el comportamiento en el crecimiento de un proceso de cambio en el dominio continuo (variables reales) y en el dominio discreto (variables enteras).		

11. EJEMPLOS DE SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

El **cálculo diferencial** es una rama de las matemáticas que se centra en el estudio de las tasas de cambio y cómo las funciones varían de manera instantánea en puntos específicos. Su enfoque principal es el concepto de derivada, que proporciona una medida precisa de la velocidad con la que una cantidad cambia en relación con otra.

¿Qué es una relación?

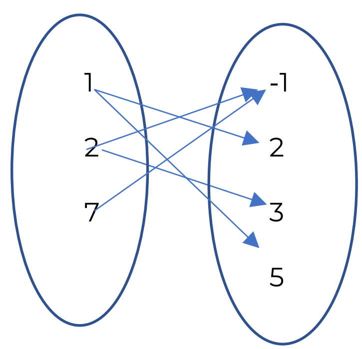
En matemática una relación se representa con la letra **R** y se define así:

Una relación es la correspondencia entre dos conjuntos **A** y **B**, tal que cada elemento del conjunto **A** se relaciona con uno o más elementos del conjunto **B**, a través de una condición.

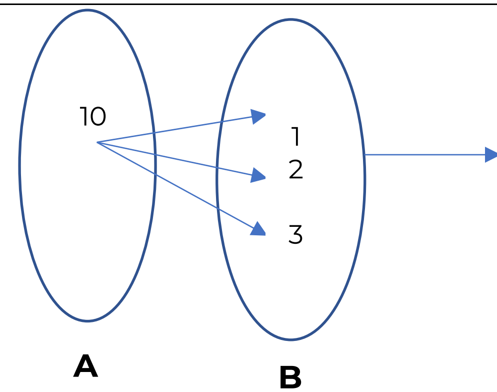
Los elementos que cumplen esa condición forman dos conjuntos.

- Dominio o conjunto origen: es el conjunto formado por los elementos del conjunto inicial o conjunto **A** que tienen imagen en **B**.
- Codominio o conjunto imagen: es el conjunto formado por los elementos del conjunto final o conjunto **B** que son imagen de **A**.

Una relación es como un conjunto de pares ordenados, como si se tratara de puntos coordenados, un conjunto de pares ordenados forma una relación. Por ejemplo, el siguiente conjunto es una relación: {(1, 2), (2, 3), (1, 5), (7, −1), (2, −1)} y representado en un gráfico se puede observar que es una relación porque a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno o más elementos del segundo conjunto.



Una relación es una correspondencia que existe entre dos conjuntos que cumple, a cada elemento del primer conjunto, le corresponde uno o más elementos del segundo conjunto.



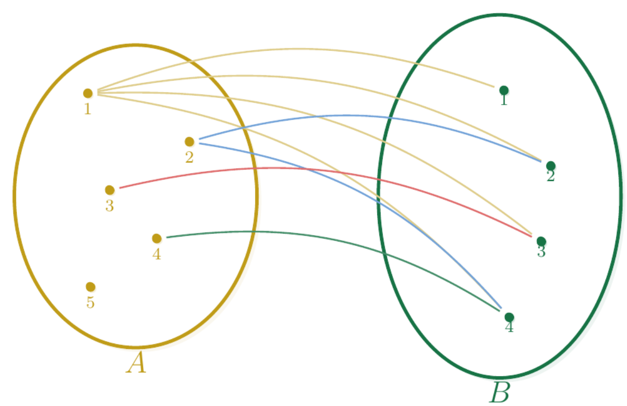
En el diagrama el elemento 10 se asocia con tres elementos del conjunto **B**, por lo tanto, se concluye que estos conjuntos representan una relación.

Esta relación no es una función entre el conjunto **A** y el conjunto **B** por varias razones: al número 1 se le han correspondido cuatro números distintos, al número 2 se le han correspondido dos números distintos y al número 5 no se le ha correspondido con ningún número, así, podemos expresar la relación $r : A \to B$ como el conjunto de los siguientes pares ordenados:

$$r = \{(1, 1) ; (1, 2) ; (1, 3) ; (1, 4) ; (2, 2) ; (2,4) ; (3,3) ; (4,4) \}$$

Pero, además, podemos ilustrar esta relación con un diagrama sagital notando que del número 1 salen cuatro líneas, del número 2 salen dos líneas y del número 5 no sale ninguna línea, de la siguiente manera:

Siempre es importante identificar el dominio y rango de una relación, pues así podemos identificar con mayor facilidad los elementos involucrados en las correspondencias. En este caso, tenemos que:



El dominio es {1,2,3,4}.
El rango es {1,2,3,4}.

Función. - El concepto de función es uno de los más importantes en el mundo de las matemáticas. Las funciones no sólo representan fórmulas, o lugares geométricos, también se utilizan como modelos matemáticos que resuelven problemas de la vida real. A continuación, se dan algunas definiciones de función: Es una regla de correspondencia que asocia a los elementos de dos conjuntos. La cual a cada elemento del primer conjunto (dominio) se le asocia un solo elemento del segundo conjunto (contradominio).

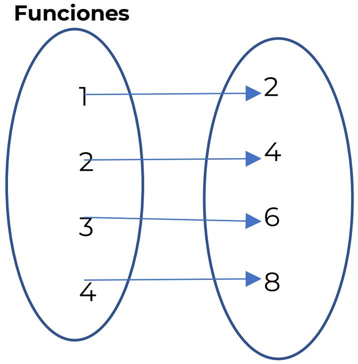
Las funciones surgen siempre de una cantidad depende de otra. Considere las situaciones siguientes:

A. El área **A** de un círculo depende de su radio r. La regla que relaciona **A** con **r** está dada por la ecuación **$A= \pi r^2$** . Con cada número positivo **r** hay asociado un valor de **A**, por lo que decimos que **A** es una función de **r**.

B. La población humana del mundo **P** depende del tiempo **t**. Las estimaciones de la población mundial **P(t)** en el tiempo **t**, para algunos años. Por ejemplo, P(1950) 2 560 000 000 Pero para cada valor del tiempo **t** hay un valor correspondiente de **P**, por lo que decimos que **P** es una función de **t**.

C. El costo **C** de envío de un paquete por algún servicio de entrega depende de su peso **w**. Aunque no hay alguna fórmula simple que relacione a **w** con **C**, la oficina de correos tiene una regla para determinar **C** cuando se conoce **w**.

- **Funciones**

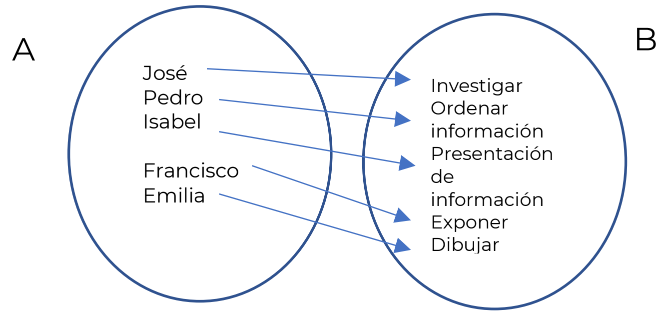


Es una regla de correspondencia que asocia a los elementos de dos conjuntos. La cual a cada elemento del primer conjunto (dominio) la asocia un solo elemento del segundo conjunto (contradominio).

Esta relación sí es una función entre el conjunto de estudiantes y el conjunto actividades pues a cada estudiante le corresponde una sola actividad, así, podemos expresar la función $f : A \rightarrow B$ como el conjunto de los siguientes pares ordenados:

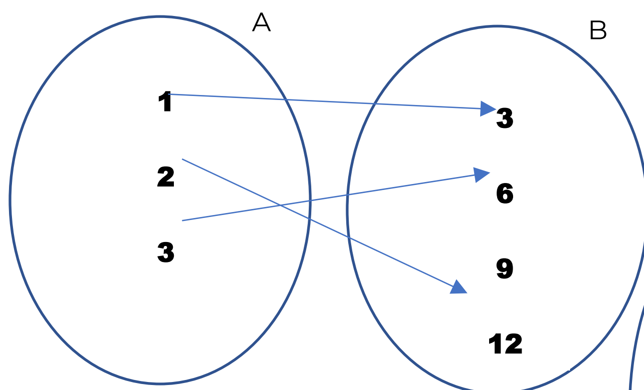
f = {(José, Investigar); (Pedro, Ordenar información); (Isabel, Presentación de la información); (Francisco, Exponer); (Emilia, Dibujar)}

Pero, además, podemos ilustrar esta relación con un diagrama sagital notando que de cada elemento del conjunto A sale sólo una línea, de la siguiente manera:



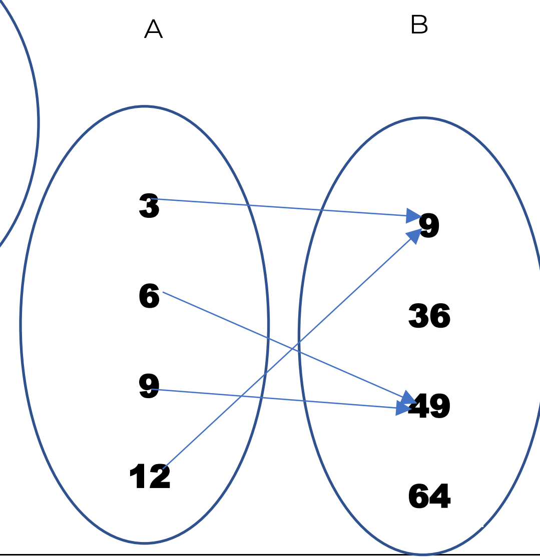
Siempre es importante identificar el dominio y rango de una función, pues así podemos identificar con mayor facilidad los elementos involucrados en las correspondencias. En este caso, tenemos que,

- El dominio es {José, Pedro, Isabel, Francisco, Emilia}.
- El rango es {Investigar, Ordenar información, Presentación de información, Exponer, Dibujar}.



- El dominio es {1,2,3}.
- El rango es {3,6,12}.

Esta relación si es una función porque todos los elementos del conjunto **A**, tiene una relación con un elemento del conjunto **B**

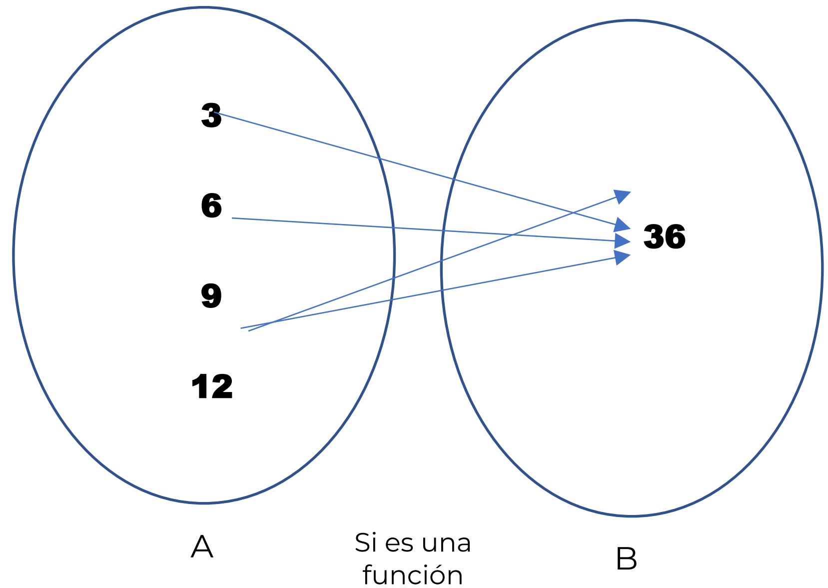


Esta relación si es una función porque todos los elementos del conjunto **A**, tiene una relación con un elemento del conjunto **B**.

- El dominio es {3,6,9,12}.
- El rango es {9,49}.

Esta relación si es una función porque todos
los elementos del conjunto **A**,
tiene una relación con un elemento del conjunto **B**.

- El dominio es {3,6,9,12}.
- El rango es {36}.



Una función se representa con la letra **f** y se define así:

Una función es un tipo de relación o correspondencia entre dos conjuntos **X** y **Y**, en la cual todos los elementos del conjunto inicial tienen una y solo una imagen en el conjunto final.

Simbólicamente podemos representar una función de dos formas:

f: X → Y
Se lee “función de X en Y”.
f(x) = y Se lee “f de x igual a y”.

En una función también se distinguen los conjuntos:

- Dominio o conjunto inicial, formado por todos los valores que puede tomar la variable **x**, según la función establecida.
- Codominio o conjunto imagen, formado por todos los valores que adquiere y al aplicar la función a cada valor **x**.

En una función, **x** puede tomar cualquier valor, por eso recibe el nombre de variable independiente. Sin embargo, el valor de **Y** depende del valor de **X** y de la función aplicada, por eso recibe el nombre de variable dependiente.

En el lenguaje coloquial, el dominio es el conjunto que indica aquello que puede entrar en la función, mientras que el contradominio se forma con aquello que es posible que salga. Se llama imagen o rango a lo que efectivamente sale de la función. Cabe resaltar que todas las funciones cuentan con su dominio.

Es importante tener en cuenta que la función es una ley que presenta una correspondencia unívoca. Esto quiere decir que a cada elemento del dominio solamente le puede corresponder un elemento del contradominio.

Ejemplo

Un kilo de azúcar cuesta 45 pesos. El total que gastemos estará en función de la cantidad de kilos que compremos.

Cantidad	Descripción	Precio Unitario	Precio Total
1	Azúcar	45	45
2	Azúcar	45	90
3	Azúcar	45	135
4	Azúcar	45	180
5	Azúcar	45	225
6	Azúcar	45	270
7	Azúcar	45	315
8	Azúcar	45	360
9	Azúcar	45	405
10	Azúcar	45	450
11	Azúcar	45	495

El precio, en función de los kilos de azúcar, se puede representar simbólicamente:

$f(x) = 45x = y$
Por ejemplo, si queremos hallar el precio de 11 kilos de azúcar, sustituimos x por 11 en la función $f(x) = 45x$.

$f(x) = 45x$
$f(11) = 45(11) = 495$

El valor que hallamos (495) es el valor que adquiere y después de aplicar la función al valor x. Si $x = 11$ $y = 495$.

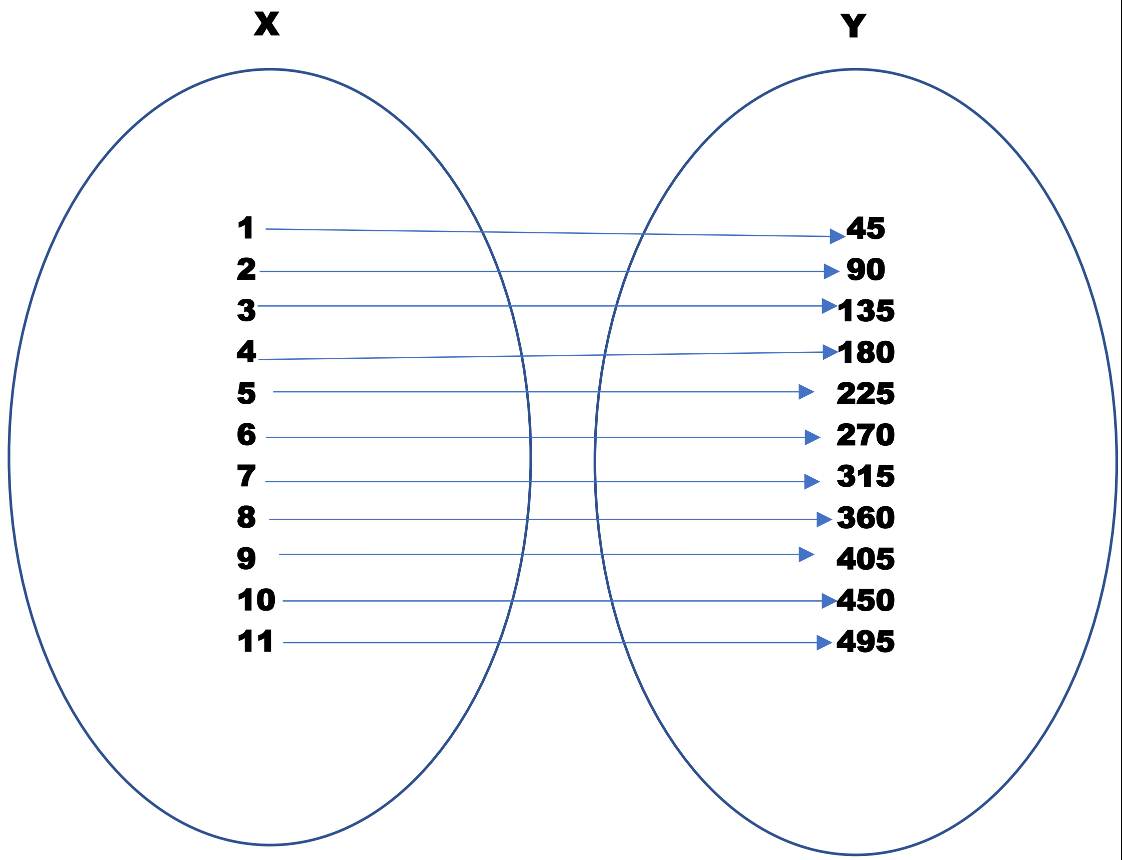
Por lo tanto, a 11 kilos le corresponde un único precio, cuyo valor es $ 495.00.

Se observa que a cada cantidad de azúcar corresponde un único costo.

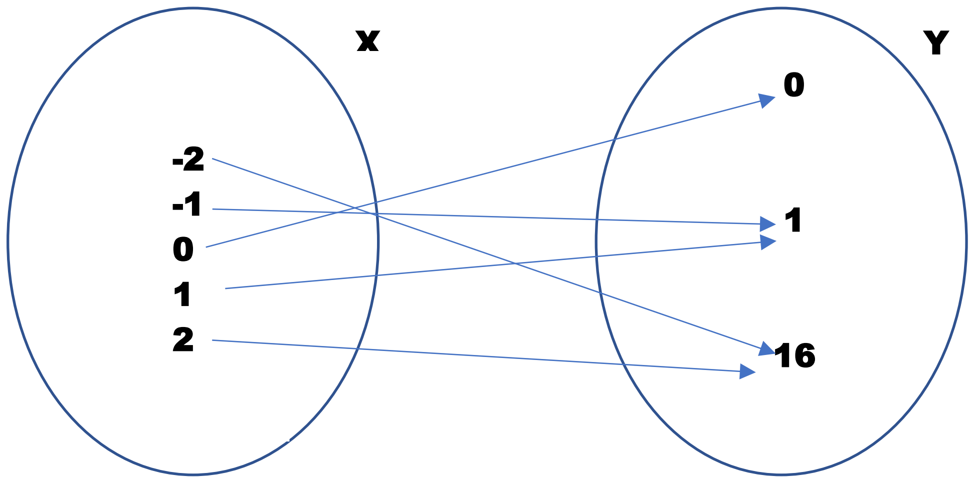
Representemos en un diagrama la función f(x) = 45x

f(x) = 45x=y
f(1)=45
f(2)=90
f(3)=135
f(4)=180
f(5)=225
f(6)=270
f(7)=315
f(8)=360
f(9)=405
f(10)=450
f(11)=495

El conjunto inicial es a la vez el conjunto dominio porque todo el elemento tiene imagen.



En un diagrama la función $f(x) = x^4$
$f(x) = x^4 = y$
$f(-2) = (-2)^4 = 16$
$f(-1) = (-1)^4 = 1$
$f(0) = (0)^4 = 0$
$f(1) = (1)^4 = 1$
$f(2) = (2)^4 = 16$

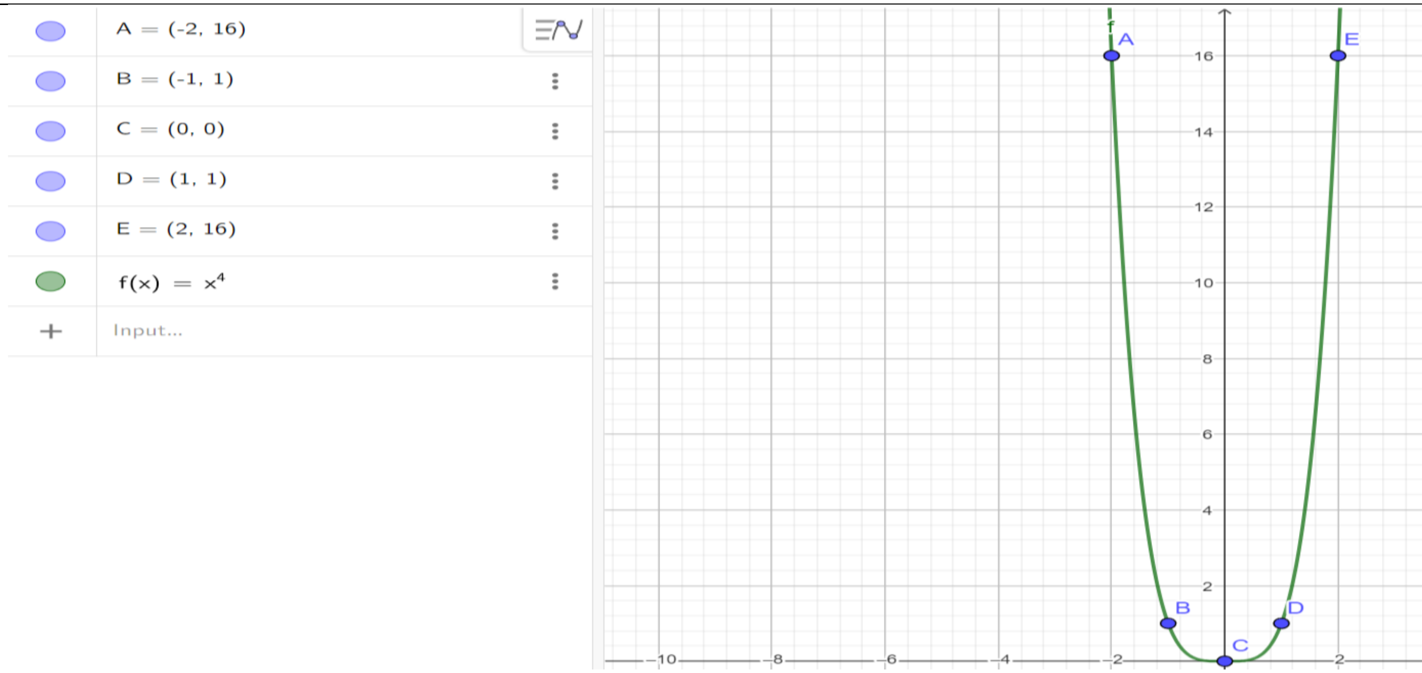


SISTEMA DE COORDENADAS O CARTESIANO

Las ecuaciones dadas para determinar una función siempre tendrán dos incógnitas. Donde **X** será la variable independiente (preimagen) y la variable **Y** dependiente (imagen), por lo tanto, f (x) = y. Entonces, para obtener los puntos deben reemplazarse los valores de **X** en la función y resolver. Es útil anotar estos datos en una tabla con los valores para **X** y **Y**. Para representar una función en el sistema de coordenadas, se consideran los elementos del dominio (conjunto inicial) en el eje horizontal de las abscisas (eje x) y los elementos del condominio (conjunto imagen) en el eje vertical de las ordenadas (eje y).

Ejemplo: Representar en el sistema cartesiano una función real f, donde $\mathbf{f(x) = x^4}$
Si se reemplazan los valores de x en la función:
$f(-2) = (-2)^4=16$
$f(-1) = (-1)^4=1$
$f(0) = (0)^4=0$
$f(1) = (1)^4=1$
$f(2) = (2)^4=16$

Se obtienen las coordenadas (-2,16) (-1,1) (0,0) (1,1) (2,16). Estos son sólo algunos de los puntos que se pueden obtener reemplazando los valores en la función, ya que, los puntos en esta función son ilimitados para los números reales.



GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

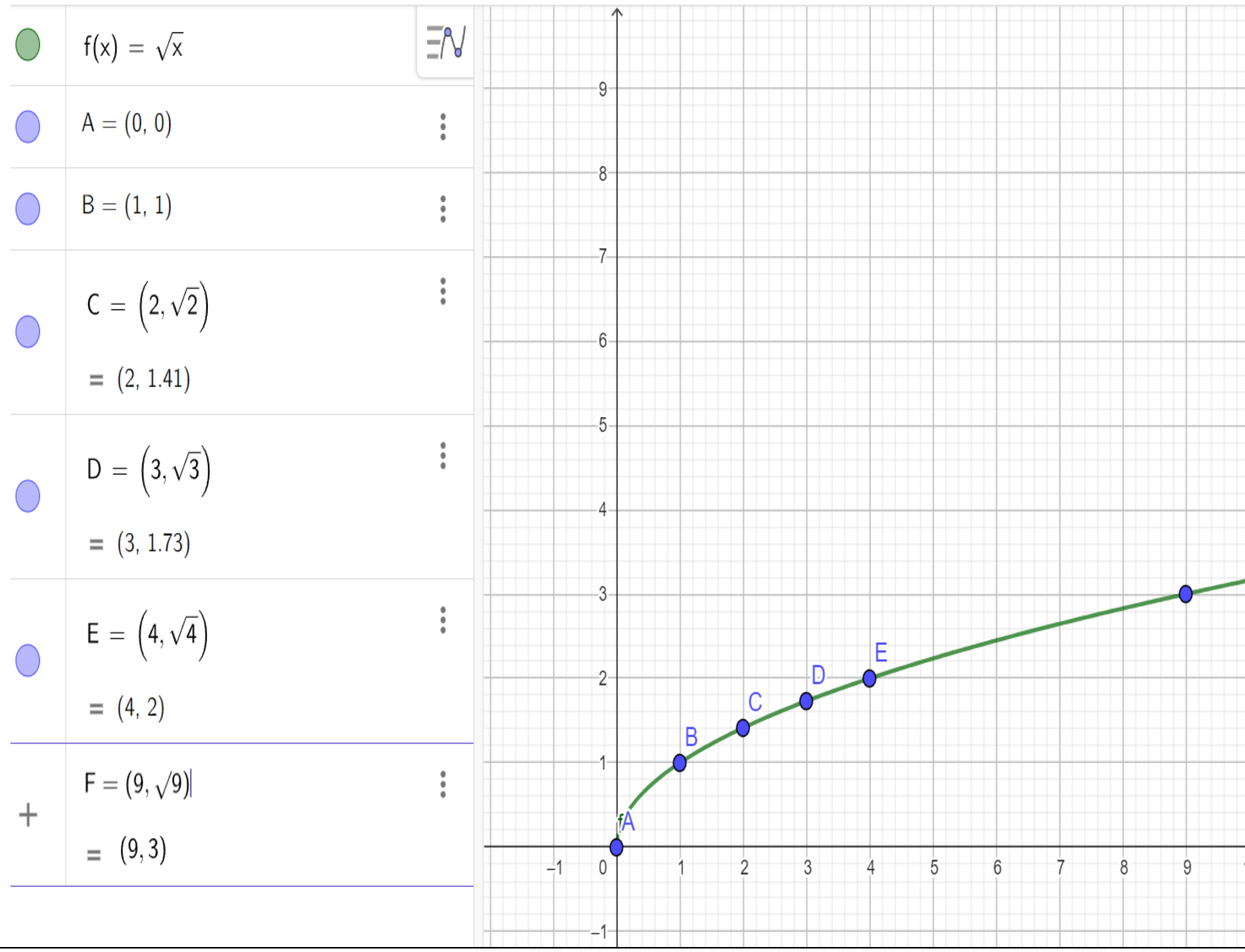
Considere f(x)=√X

a) Calcular el dominio de la función.

El dominio de la función son los valores de x y deben ser mayores o iguales a 0
Dominio= [0, ∞)

b) Trazar la gráfica de la función

X	f(x)=√X
0	0
1	√1
2	√2
3	√3
4	2
5	√5
9	3



MÁXIMOS Y MÍNIMOS DE UNA FUNCIÓN

Actividades sugeridas con mediación docente.

El facilitador guía la siguiente actividad para dar una introducción a la localización de máximos y mínimos de una función.

Realiza la siguiente actividad.

Las funciones son representaciones o formas de modelar situaciones que acontecen nuestra vida cotidiana; en la casa, en la escuela, en el trabajo, en la calle, donde se relacionan variables. En la casa, por ejemplo; el gasto que se tiene por mes para el teléfono, la comida, la ropa, la gasolina, la energía eléctrica, el agua potable; que son elementos esenciales para nuestra vida.

El uso de las matemáticas puede ser una herramienta fundamental que me ayude a resolver estos problemas. Determinación de valores máximos y mínimos relativos. Para entender y comprender los conceptos antes mencionados realiza lo siguiente:

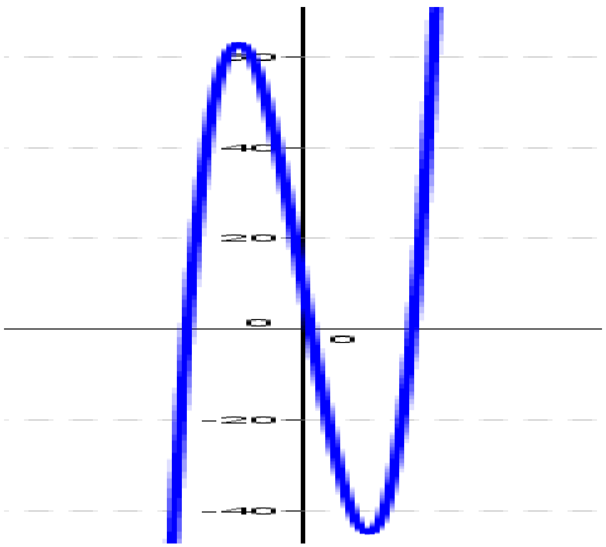
Considera la función$f(x) = x^3 - 27x + 9$

Determina su derivada: ________________________________. Completa la siguiente tabla:

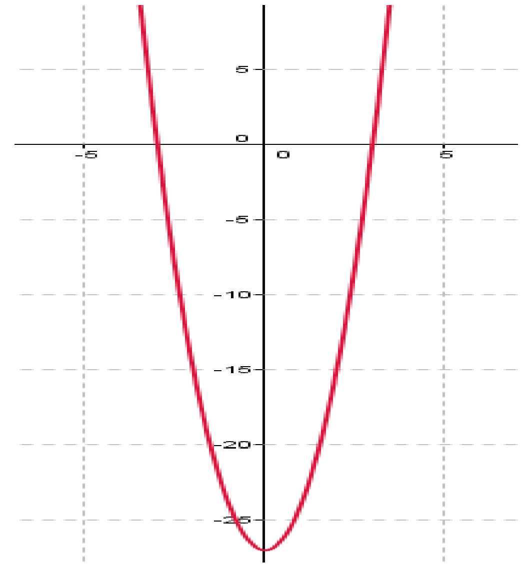
X	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6

A continuación, se presentan las gráficas de la función anterior y su derivada

Función



Derivada



De acuerdo con la tabla y gráficas contesta lo que se te pide a continuación.

1.- ¿Cómo es el comportamiento de f(x) en el intervalo [-6,-3?) ________________ ¿Y en el intervalo (-3,3)? ______________________ ¿y en el intervalo (3,6]______________________.

2.- ¿Cuál es el valor de la derivada en x=-4? _____________ ¿y en x=-3? _____________. ¿y en x=-2? ______________________. ¿y en x=2? __________. ¿y en x=3? _____________. ¿y en x=4? ___________________.

3.- ¿Cómo es el comportamiento de la derivada f'(x) en el intervalo [-,3)? ______________ ¿y en (-3,3)? _____________ ¿y en (3,6]______________________________________.

4.- ¿Cuáles crees que serían los puntos máximo y mínimo de la función f(x) en el intervalo [6,6] _________________?

5.- ¿Qué pasa con la función f(x) en los puntos (3,63)? ____________________________. ¿y en (3,45)? ____.

6.- ¿Cuál es el valor de la derivada en x =-3? __________________ ¿y en x=3? _________.

Al finalizar el docente retroalimenta la actividad.

Como te habrás dado cuenta en la gráfica de f(x) se puede observar que la función es continua en el intervalo [-6,6], y esta grafica presenta dos modificaciones en los puntos (3,63) y (3,-45); en estas dos modificaciones la derivada tiene un mismo valor que es cero (observa la tabla que llenaste al inicio). Aclarando lo anterior, se te dio la función f(x)= x^3 – 27x + 9 y se obtuvo la primera derivada f´(x) = $3x^2$-27. Es decir, con la primera derivada podemos decir lo siguiente: **“los puntos donde la derivada es cero, se llaman puntos críticos”** La función f(x)= x^3 – 27x + 9 en los puntos (-3,63) y (3,-45) en ambas coordenadas la derivada es cero, esto lo puedes apreciar en la tabulación que hiciste al inicio. Por lo que la función tiene dos puntos críticos. ¿Cuántos puntos críticos tiene la función f(x)= x^3 – 27x + 9? ____________. ¿Cuáles son las coordenadas de la función para localizar los puntos críticos?________________________.¿ A qué se les llama puntos críticos de una función?____
____ ____

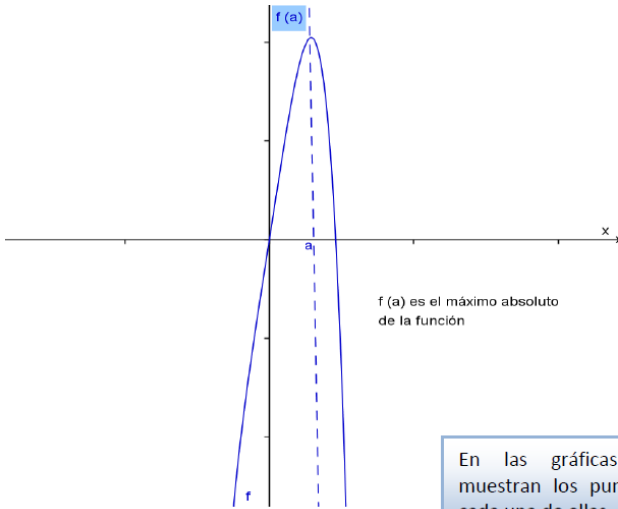
Pero esto no para aquí, fíjate en lo siguiente si la derivada antes del punto crítico es positiva se le llama máximo relativo, y si la derivada antes del punto crítico es negativa entonces se habla de un mínimo relativo. Pero si no hay cambio de signo en la derivada en los puntos críticos se habla de Inflexión. Entonces la primera derivada nos ayuda a determinar los puntos críticos de una función y también la primera derivada nos dice el tipo de punto crítico máximo relativo, mínimo relativo u inflexión. Ayúdame a completar lo siguiente: ¿Cuántos puntos críticos tiene la función f(x)= x3 – 27x + 9? ____________. ¿Cuáles son las coordenadas de la función para localizar los puntos críticos? _________________________. El punto (-3,63) es un __________ relativo y el punto (3, ¿-45) es un ______________relativo? ¿Cuántas inflexiones tiene la función en el intervalo [-6,6]? ____. Y por último para los puntos (-6, -45) y (6,63); a (-6, -45) es un mínimo absoluto y (6,63) es un máximo absoluto.

Calcular los máximos y mínimos con el criterio de la primera derivada (2.5 HORAS)

El docente expone la siguiente información en conjunto con la participación del alumno.

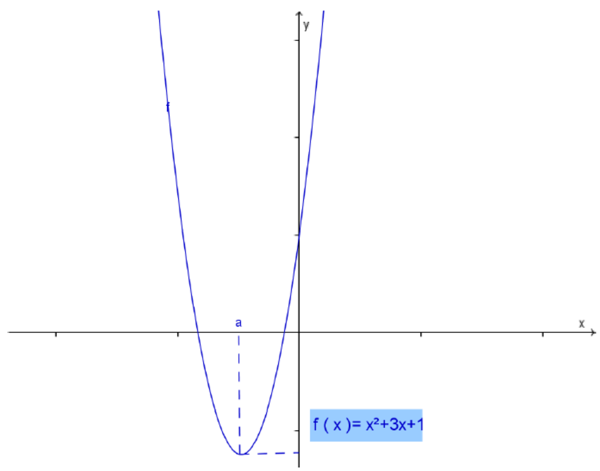
Uno de los usos más comunes de la derivada de una función es resolver problemas relacionados con la optimización de funciones, también se utiliza en las modelaciones de muchos fenómenos reales. Para ello es conveniente el cálculo de los valores máximos y mínimos de la función.

Valor máximo. Se dice que una función (x) alcanza su valor máximo en un punto de abscisa x=a, si (a)≥$f(x)$ para toda x en su dominio. En este caso, (a) es el valor máximo de f en su dominio y también recibe el nombre de **máximo absoluto**.



En las gráficas anteriores se muestran los puntos máximos en cada una de ellas.

Valor mínimo. Se dice que una función f(x) alcanza su valor mínimo en x=a, si f(a)≤f(x) para toda x en su dominio. El número f(a) se denomina valor mínimo de f en su dominio y también recibe el nombre de mínimo absoluto.



Procedimiento para calcular máximos y mínimos con el criterio de la primera derivada.

1.- Se calcula la derivada de la función.
2.- Se iguala a cero la derivada y se resuelve la ecuación para calcular los puntos críticos.
3.- Se determinan puntos donde la derivada es positiva o negativa y apoyándonos de la siguiente tabla:

Pc	Signo de $f'(x)$		Tipo	Coordenadas
	$x < c$	$x > c$		
c_1	$+$	$-$	Máximo	$(c_1, f(c_1))$
c_2	$-$	$-$	Inflexión	$(c_2, f(c_2))$
c_3	$-$	$+$	Mínimo	$(c_3, f(c_3))$
c_4	$+$	$+$	Inflexión	$(c_4, f(c_4))$

Nota: Un punto crítico que no es ni máximo ni mínimo se le llama **punto de INFLEXIÓN**

4.- Si la derivada de la función es **positiva** antes del punto crítico ($f'(x)>0, x<c$) y **negativa** después de él ($f'(x)<0, x>c$), el punto crítico representa un **máximo**.
5.- Si la derivada de la función es **negativa** antes del punto crítico ($f'(x)<0, x<c$) y **positiva** después de él ($f'(x)>0, x>c$), el punto representa un **mínimo**.
6.- Si antes y después del punto crítico la derivada es positiva o negativa, es decir, no hay cambio de signo, el punto crítico es **de inflexión.**
7.- Se sustituyen los puntos críticos en la función original para obtener sus coordenadas.
8.- Se traza la gráfica de la función.

EJEMPLO: Calcula los puntos críticos de la función $\boldsymbol{f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 12}$

SOLUCION:
1.- Se calcula la primera derivada $f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$

2.- Igualándola a cero y resolviendo $\boldsymbol{f'(x) = 6x^2 + 6x - 36 = 0}$

$$\boldsymbol{6(x^2 + x - 6) = 0}$$
$$\boldsymbol{6(x + 3)(x - 2) = 0}$$

De donde se obtiene

$$\boldsymbol{x+3=0 \rightarrow x=-3}$$
$$\boldsymbol{x-2=0 \rightarrow x=2}$$

Utilizando la fórmula general se tiene:

$$x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$\boldsymbol{f'(x)=6x^2+6x-36=0}$
a = 6, b = 6 y c = −36

$$x=\frac{-(6) \pm \sqrt{(6)^2-4(6)(-36)}}{2(6)}$$
$$x=\frac{-6 \pm \sqrt{900}}{12}$$
$$x=\frac{-6+30}{12} \qquad x=\frac{-6-30}{12}$$
$$x=2 \qquad x=-3$$

3.-Evaluando la derivada antes y después del punto crítico:
Para $\boldsymbol{x=-3}$
$\boldsymbol{(-4)=(-4)+(-4)-36=36}>0$
$\boldsymbol{x=-3}$
$\boldsymbol{f(-2)=6(-2)2+6(-2)-36=-24<0}$
Para $\boldsymbol{x=2}$
$\boldsymbol{f(1)=6(1)2+6(1)-36=-24<0}$
$\boldsymbol{x=2}$
$\boldsymbol{f(3)=6(3)2+6(3)-36=36>0}$

Pc	Signo de $f'(x)$		Tipo	Coordenadas
	$x<c$	$x>c$		
-3	$+$	$-$	Máximo	$(c_1, f(c_1))$
$\mathbf{2}$	$-$	$+$	Mínimo	$(c_2, f(c_2))$

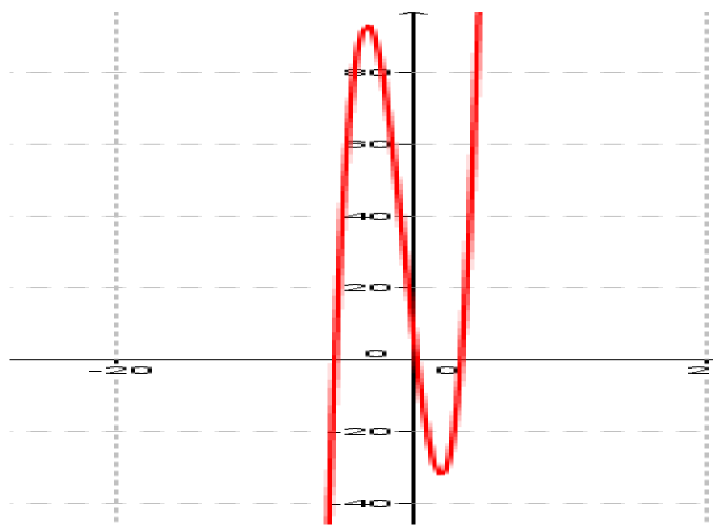
4.- Calculando las coordenadas de los puntos críticos:
x = $\boldsymbol{-3}$

$\boldsymbol{f}(-3) = \mathbf{2}(-\mathbf{3})\mathbf{3} + \mathbf{3}(-\mathbf{3})\mathbf{2} - \mathbf{36}(-\mathbf{3}) + \mathbf{12} = \mathbf{93}$
x = **2**
$\boldsymbol{f}(\mathbf{2}) = \mathbf{2}(\mathbf{2})\mathbf{3} + \mathbf{3}(\mathbf{2})\mathbf{2} - \mathbf{36}(\mathbf{2}) + \mathbf{12} = -\mathbf{32}$

Las coordenadas de los puntos críticos son: (−3,93) y (2,−32). Por lo que la tabla quedará:

Pc	Signo de $f'(x)$		Tipo	Coordenadas
	$x < c$	$x > c$		
-3	$+$	$-$	Máximo	$(-3{,}93)$
2	$-$	$+$	Mínimo	$(2,-32)$

5.- La gráfica de la función $(\boldsymbol{x}) = \mathbf{2}\boldsymbol{x}^{3} + \mathbf{3}\boldsymbol{x}^{2} - \mathbf{36}\boldsymbol{x} + \mathbf{12}$es:



Calcular los máximos y mínimos con el criterio de la segunda derivada (2.5 HORAS)

El cálculo de la segunda derivada también permite tener un criterio para determinar qué tipo de punto es un punto crítico por medio de los siguientes pasos:

1.- Se calcula la derivada de la función.

2.- Se iguala a cero la derivada y se resuelve la ecuación para encontrar los puntos críticos, $x = c \quad f'(x) = 0$

3.- Se calcula la segunda derivada de la función.

4.- Se sustituyen los puntos críticos en la segunda y se analizan las siguientes situaciones:

a. si , $f''(c) > 0$, el punto crítico es máximo,
b. si , $f''(c) < 0$, el punto crítico es mínimo y
c. si $f''(c) = 0$, el punto crítico es de inflexión.

5.- Se sustituyen los puntos en la función original para calcular las coordenadas y trazar su gráfica.

EJEMPLO:
Utiliza el criterio de la segunda derivada para obtener los puntos críticos de la función y determinar qué tipo de punto son.

$$\boldsymbol{f(x) = 2x^3 - 7x^2 - 12x - 10}$$

SOLUCIÓN.

1.-La derivada de la función es: $\boldsymbol{f'(x) = 6x^2 - 14x - 12}$

2.-Igualando a cero la derivada y resolviendo:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\boldsymbol{6x^2 - 14x - 12 = 0}$
a = 6, b = −14 y c = −12

$$x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4(6)(-12)}}{2(6)}$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{484}}{12}$$

$$x = \frac{14+22}{12} \qquad x = \frac{14-22}{12}$$

$$x = 3 \qquad x = -\frac{2}{3}$$

Tenemos 2 puntos críticos, $x = 3$ y $x = -\frac{2}{3}$

3.- La segunda derivada es:

$$f''(x) = 12x - 14$$

4.- Sustituyendo los puntos críticos:

$$f''(3) = 12(3) - 14 = 36 - 14 = 22 > 0$$

$$f''(-2/3) = 12(-2/3) - 14 = -8 - 14 = -22 < 0$$

Pc	Signo de $f''(x)$	Tipo	Coordenadas
$-\frac{2}{3}$	$-$	Máximo	$\left(-\frac{2}{3}, -20.51\right)$
3	$+$	Mínimo	$(3,55)$

5.- Evaluando la función en los puntos críticos:

$$f(x) = 2x^3 - 7x^2 - 12x - 10$$

$x = 3$

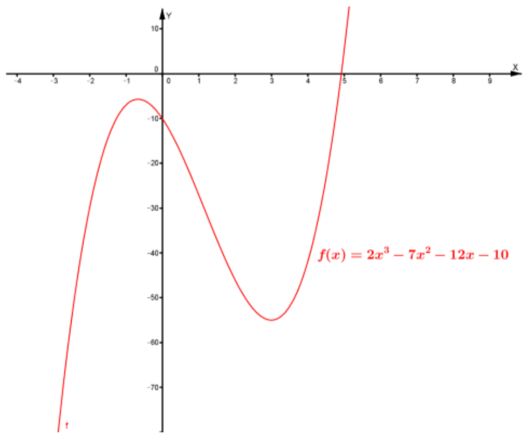
$f(3) = 2(3)^3 - 7(3)^2 - 12(3) - 10 = 55$

$x = -\frac{2}{3}$

$f\left(-\frac{2}{3}\right) = 2(-\frac{2}{3})^3 - 7\left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 12\left(-\frac{2}{3}\right) - 10 = -20.51$

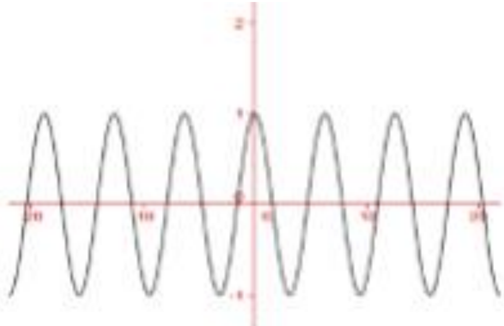
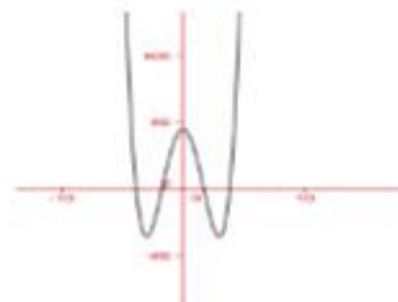
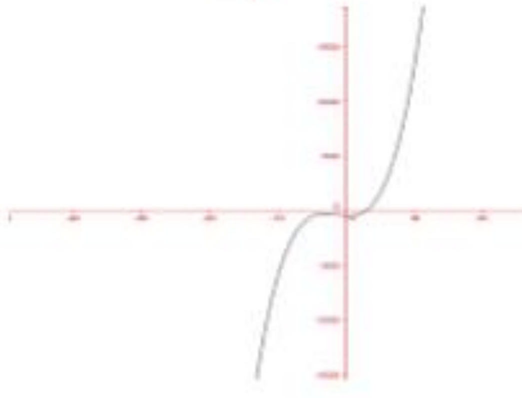
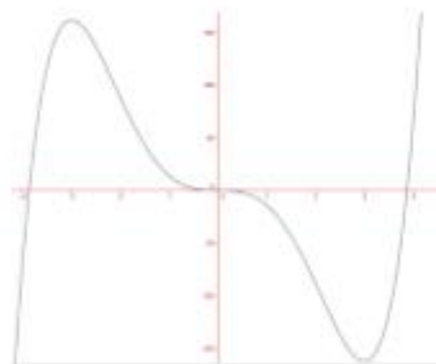
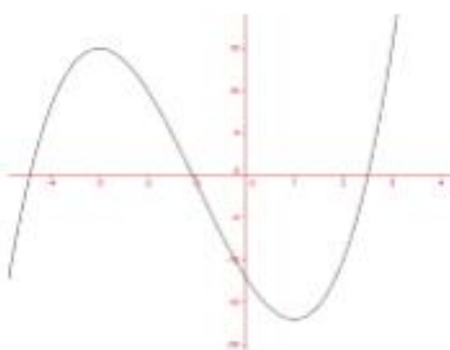
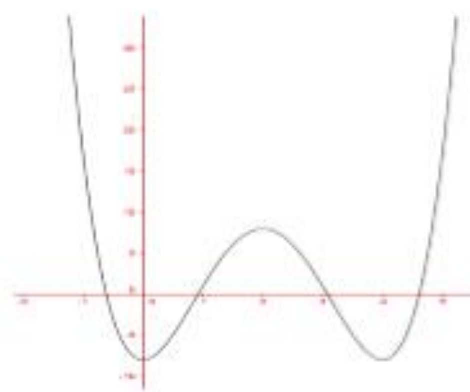
Los puntos críticos son:
$(-2\ 3,-20.51)$ $\quad y \quad$ $(3,55)$

La gráfica es:



Actividades sugeridas para estudio independiente

En las siguientes gráficas marca los puntos críticos que se encuentren con un color y menciona que tipo son.

En la siguiente tabla identifica y marca con color amarillo los puntos críticos y con color azul los máximos relativos, con color verde los mínimos relativos y con color negro las inflexiones.

X	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	-45	19	53	63	55	35	9	-17	-37	-45	-35	-1	63
f´(x)	81	48	21	0	-15	-24	-27	-24	-15	0	21	48	81

Calculen los puntos críticos de las siguientes funciones, utilizando el criterio de la primera derivada expliquen qué tipo de puntos son, tabulen y grafiquen cada una de las funciones dadas.

1. $f(x)=x^3-3x^2-45x-47$
2. $f(x)=x^3+6x^2+12x-8$
3. $f(x)=x^3+3x^2-9x-12$
4. $f(x)=x^3+3x^2+1$

Calculen los puntos críticos de las siguientes funciones, utilizando el criterio de la segunda derivada expliquen qué tipo de puntos son, tabulen y grafiquen cada una de las funciones dadas.

1. $f(x)=2x^3-3x^2-12x+5$
2. $f(x)=2x^3-2x^2-16x+1$
3. $f(x)=-4x^3+3x^2+18x$
4. $f(x)=x^3+7x^2-5x$

Derivadas Sucesivas de una Función

Las derivadas sucesivas son las derivadas de una función después de la segunda derivada. El proceso para calcularla es el siguiente:

- Se tiene una función f, la cual podemos derivar.
- Obtenemos la función derivada f’ la cual se denomina como la primera derivada.
- Volvemos a derivar f’, obtenemos f’’ a esta nueva función se le denomina segunda derivada.

Mientras una derivada sea a su vez derivable, podemos continuar hallando derivadas sucesivas, a las que nombramos segunda, tercera, etc.

$$y' = f'(x)\text{: } primera\ derivada$$
$$y'' = f''(x)\text{: } segunda\ derivada$$
$$y''' = f'''(x)\text{: } tercera\ derivada$$

Ejemplo:

Calcular la primera y segunda derivada de la siguiente función

$$f(x) = 2x^3 + 2$$
$$f'(x) = 6x$$
$$f''(x) = 6$$

Realiza los siguientes ejercicios:

Función	Primera derivada	Segunda derivada
$f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 1$		
$f(x) = 3x^2 + 2x + 1$		
$f(x) = -5x^4 + 3$		
$f(x) = \frac{2}{3}x^5$		

Velocidad y Aceleración

Sea $y = f(t)$ una función cuya gráfica describe la trayectoria de una partícula en un instante t , entonces su velocidad en un instante t viene dada por:

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = f'(t)$$

Una vez obtenida la velocidad de una partícula, podemos calcular aceleración instantánea de una partícula cuya trayectoria viene dada por:

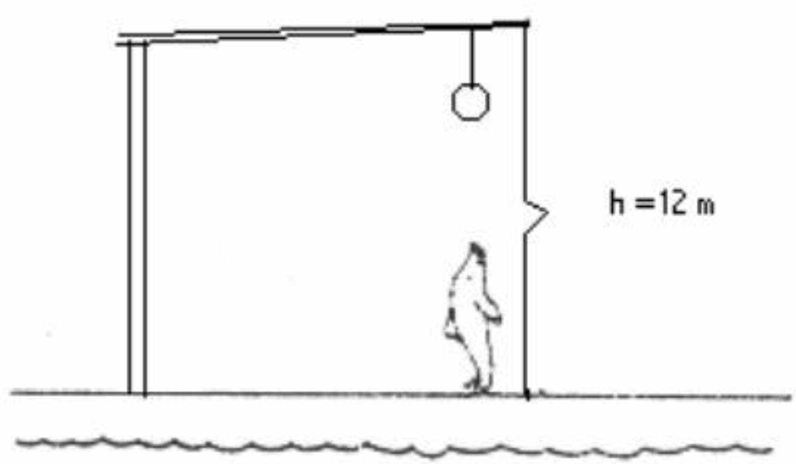
$y = f(t)$ es:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = f''(t)$$

Actividad. Problema del Delfín

Para alcanzar una pelota que se encuentra a 12 metros de altura, un delfín sale del agua y se dirige verticalmente hacia arriba con una velocidad de 16 m/s. La posición del delfín h (t) (en metros) sobre la superficie del agua después de “t” segundos está dada por

$$h(t) = 16t - 4.9t^2$$



Contesta las siguientes preguntas con base al problema del delfín.

1. ¿Cuál es la velocidad y la aceleración del delfín a los “t” segundos?

2. ¿Cuál es la velocidad y la aceleración del delfín justamente en t = 1 segundo?

3. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el delfín?

4. ¿Alcanza el delfín la pelota?

5. ¿En qué instante toca el delfín la pelota?

6. ¿Cuánto tiempo dura el salto del delfín?

Para responder a la primera pregunta necesitamos identificar los siguientes datos:

$h(t)$	Representa la posición del delfín.
$h'(t) = v(t)$	Representa la velocidad del delfín.
$h''(t) = v'(t) = a(t)$	Representa la aceleración del delfín.

Posteriormente para dar respuesta a la pregunta uno obtenemos la primera y segunda derivada de la función h(t).

$h(t) = 16t - 4.9t^2$	m	Posición en un tiempo t
$h'(t) = v(t) =$______________________	$\frac{m}{s}$	Velocidad en un tiempo t
$h''(t) = a(t) =$______________________	$\frac{m}{s^2}$	Aceleración en un tiempo t

Para dar respuesta a la segunda pregunta debemos evaluar $t = 1$ segundo, para ello completa el siguiente procedimiento:

$$h'(1) = v(1) = 16 - 9.8(1)$$

$h'(1) = v(1) =$ ________________$\frac{m}{s}$, es la velocidad del delfín al cabo del primer segundo.

Ahora calcula lo siguiente:

$h''(1) = v(1) = a(1) =$ ____________$\frac{m}{s^2}$, es la aceleración del delfín sin importar el instante t en el que sea medida. ¡Es precisamente el valor de la aceleración de la gravedad! ¿Te diste cuenta?

Para calcular la altura máxima, completa el siguiente procedimiento:

$$h'(t) = 16 - 9.8t$$

Se iguala a cero, y resulta

$$16 - 9.8t = 0$$

Despeja a t

____

____

$t =$ ____________________

Por lo tanto, $t =$ _______ segundos, el cual es el tiempo que tarda el delfín en alcanzar la altura máxima.

Al sustituir el valor de $t =$ ________ en $h(t)$ se obtiene la altura máxima

$$h(\quad) = 16(\quad) - 4.9(\quad)^2$$

$$h(\quad) =$$

$$h(\quad) =$$

$$h(\quad) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_ m$$

Para hallar el instante en el que el delfín toca la pelota, se sustituye $h = 12$ en la función $h(t)$ y resulta que:

$$16t - 4.9t^2 = 12$$

Al igualar a cero la expresión, resulta que:

$$4.9t^2 - 16t + 12 = 0$$

Es una ecuación de segundo grado, resuelve para obtener los valores de t

$$4.9t^2 - 16t + 12 = 0$$

$t_1 =$____________. $t_2 =$____________.

¿Cuál de estos dos valores es el correcto?

¿Qué interpretación les das?

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
RÚBRICA DE EVALUACIÓN
Resolución de Problemas

Fecha:		
Grado:	**Grupo:**	**Carrera:**
Asignatura		
Nombre (s):		
Producto/Evidencia:		
Propósito de la práctica o actividad:		
Aprendizaje Esperado:		

Instrucciones de aplicación: Marque con una X el registro de cumplimiento correspondiente.

Indicador	Excelente	Bueno	Regular	Deficiente	Puntaje
Puntualidad en la entrega	**1 pts.**	**0.8 pts.**	**0.6 pts.**	**0.4 pts.**	
	Entrega antes o en la fecha límite	Entrega un día después de la fecha límite	Entrega dos días después de la fecha límite	Entrega tres o más días después de la fecha límite	
Portada	**1 pts.**	**0.8 pts.**	**0.6 pts.**	**0.4 pts.**	
	Incluye portada con lo siguiente: Número y nombre de la actividad. Nombre completo del estudiante. Semestre y grupo. Lugar y fecha.	Incluye portada con lo siguiente: Número y nombre de la actividad. Parcial al que corresponde la actividad. Nombre completo del estudiante.	Incluye portada con lo siguiente: Número y nombre de la actividad. Nombre completo del estudiante.	No incluye portada: Sólo el nombre del estudiante en el trabajo o documento	
Procedimiento	**2 pts.**	**1.5 pts.**	**1.0 pts.**	**0.5 pts.**	
	El 100% de los ejercicios incluyen procedimientos.	El 90% de los ejercicios incluyen procedimientos.	El 80% de los ejercicios incluyen procedimientos.	Menos del 80 % de los ejercicios incluyen procedimientos.	
Resultados	**6 pts.**	**4 pts.**	**2 pts.**	**1 pts.**	
	El 100 % de los resultados son correctos	El 90 % de los resultados son correctos.	El 80 % de los resultados son correctos.	Menos del 80 % de los resultados son correctos.	
				Total	

12. FUENTES DE CONSULTA

Arrarás, S.M. & Cappello, V. (s/f). *Matemática en la Ciencias Naturales un aporte para la formación de los estudiantes de Biología y Geología*. Editorial de la Universidad de la Plata, Buenos Aires, Argentina.

Bonacina S. et al. (2014). *Cálculo diferencial e integral*. (1era. Ed.). Latín.

Callejas T. C. (2007) *Matemáticas 5 Cálculo diferencial*. Nueva imagen.

Canals, I. et al. (2008). *Cálculo Diferencial e Integral* (1ra. ed.). Reverté UAM.

CONAMAT. (2003). *Cálculo Diferencial* (Volumen 5). Colegio Nacional de Matemáticas S.C

CONAMAT. (2014). *Matemáticas Simplificadas* (3ra.ed.). Pearson.

D'Alessio, V.J. (2021). Derivadas sucesivas. Recuperado de https://www.lifeder.com/derivadas-sucesivas/

Física Práctica. Recuperado de: https://www.fisicapractica.com/derivadas-sucesivas.php

Guerrero T. (2012). *Cálculo Diferencial*. (1era. Ed.) Patria.

Granville, W.A. (2009). *Cálculo Diferencial e Integral*. LIMUSA, México.

Ortiz, et al. (2018). *Calculo diferencial, serie integral por competencias* (2da Ed.). Patria.

ANEXOS

ANEXO 1:

Ejercicios como parte del portafolio de evidencias

Obtener las funciones algebraicas a partir de datos de sucesiones numéricas y patrones.

En los siguientes enunciados de manera individual integra al portafolio de evidencias lo solicitado.

1. **Lee cuidadosamente el siguiente problema y contesta lo que se pide.**

En un experimento realizado en un laboratorio se registra cada 5 minutos, la temperatura de una solución en la que se ha desencadenado cierta reacción química. Los registros se disponen en la siguiente tabla:

t (min.)	0	5	10	15	20	25	30
T (°k)	314.94	319.54	325.85	332.20	338.45	344.55	350.90

¿Qué variables identificas en el problema?

¿Existe relación entre ellas?

Justifica porque son una función.

2. **Encontrar una expresión algebraica que represente:**

1. Se va a construir una caja abierta con una pieza cuadrada de 12 cm de lado, cortando cuadrados iguales de sus esquinas y doblando las pestañas sobrantes. Expresar el volumen en función de la longitud de los cuadraditos.

2. Se tienen 400 m de cerca para limitar un terreno rectangular que colinda a un tramo de un río, que no tendrá cerca. Determinar la función área del rectángulo en función de la longitud del lado que colinda el río.

Recuerda algunas sugerencias:

a) Leer cuidadosamente el problema y pensar en los hechos que se presentan y las variables desconocidas.
b) Hacer un diagrama o dibujo geométrico que incluya los datos.
c) Relacionar los datos con las variables desconocidas, para encontrar la expresión.

ANEXO 2:

Ejercicios como parte del portafolio de evidencias.

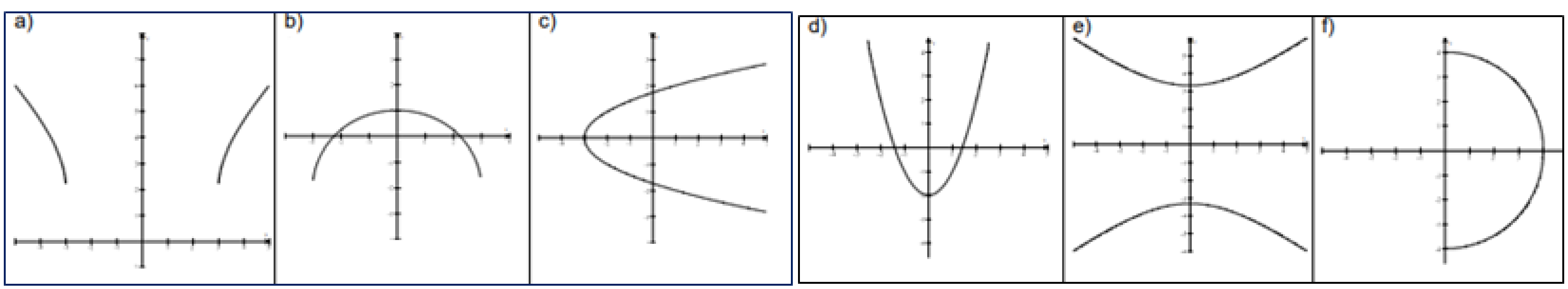
Representar el cambio numérico de patrones de crecimiento en una función algebraica y construir su tabla y gráfica.

En los siguientes enunciados de manera individual integra al portafolio de evidencias lo solicitado.

Dadas las siguientes expresiones algebraicas; realizar la tabla, grafica e identifica si son funciones.

- $y = 2 + x^2 - 9$
- $y = 4 - x$
- $y = -5x + 3$
- $y = x^2 + 5$

Identificar en cada gráfica si es una función o relación, colocando la línea vertical.



Actividades sugeridas en sesión presencial con mediación docente.

ANEXO 3: TRAZO DE FUNCIONES IDENTIFICANDO MÁXIMOS Y MÍNIMOS.

1.- Una empresa vende 0.7 toneladas de sobrante por cada tonelada de materia prima. El costo de la materia prima es de $0.8/Kg, los precios de la venta del zumo y del sobrante son de $2.5/Kg y de $0.5/Kg, respectivamente, y el costo de producción viene dado por la función:

$$Costo(x)=0.05x^3$$

Donde x representa la cantidad de Zumo producida.

Obtener:

A. Representa gráficamente el costo de producción
B. Indica cual sería el costo máximo y la cantidad de zumo producida.
C. Indica cual sería el costo mínimo y la cantidad de zumo producida.

2.- Las ganancias diarias en miles de dólares de una empresa petrolera son:

$$f_1(x) = 32x - 2x^2 \qquad si\ 0 \leq x \leq 15 \qquad y \qquad f_2(x) = -(30-x)^3 + 15(30-x)^2 + 30 \qquad si\ 15 \geq x$$

Siendo **x** el número de barriles de 1000L que se producen.

a. Gráfica ambas funciones
b. Calcula cuantos barriles deben producirse para maximizar las ganancias, teniendo en cuenta que no deben producirse más de 35000l diarios

EJERCICIO COMPLEMENTARIO:

Una partícula se mueve de acuerdo con la siguiente ecuación, con **s** en metros y **t** en segundos.

$$s = 2t^3 - 5t^2 + 10t$$

Obtener:

Representa la ecuación gráficamente.

Hallar el tiempo cuando su rapidez sea máxima.
Hallar el tiempo cuando su rapidez sea mínima.

INDICADORES DE EVALUACIÓN	
DE PROCESO	DE PRODUCTO
1. Evalúa la función de la empresa de jugos y coloca una tabla con puntos coordenados para su gráfica. 2. Evalúa la función de la empresa petrolera y coloca una tabla con puntos coordenados para su gráfica. 3. Coloca bien los puntos en el plano cartesiano	4. Traza la gráfica de la empresa de jugos correctamente. 5. Ubica el punto máximo y mínimo en la gráfica de la empresa jugos correctamente. 6. Traza la gráfica de la empresa petrolera correctamente. 7. Ubica el punto máximo y mínimo en la gráfica de la empresa petrolera correctamente 8. Entrega en tiempo y forma el trabajo realizado.
HERRAMIENTA DE CALIFICACIÓN: ESCALA ESTIMATIVA	

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

ESCALA ESTIMATIVA: ANEXO 3

Aprendizaje esperado: encuentra en forma aproximada los máximos y mínimos de una función.

Fecha: _____ **Grado y Grupo:** _______ **Nombre:** ____

Tipo de evaluación: Heteroevaluación_X__; Coevaluación ___; Autoevaluación ___.

No.	Indicador	R	B	MB	E
1.	Evalúa la función de la empresa de jugos y coloca una tabla con puntos coordenados para su gráfica.				
2.	Evalúa la función de la empresa petrolera y coloca una tabla con puntos coordenados para su gráfica.				
3.	Coloca bien los puntos en el plano cartesiano				
4.	Ubica el punto máximo y mínimo en la gráfica de la empresa jugos correctamente.				
5.	Traza la gráfica de la empresa petrolera correctamente.				
6.	Traza la gráfica de la empresa petrolera correctamente.				
7.	Ubica el punto máximo y mínimo en la gráfica de la empresa petrolera correctamente				
8.	Entrega en tiempo y forma el trabajo realizado.				

Retroalimentación:

ANEXO 4

Concepto de límite

“Alejandro desea participar en la carrera anual de las fiestas patronales de su comunidad, para prepararse físicamente tiene que entrenar a diario durante un cierto tiempo. Comienza caminando 10 minutos, al siguiente día aumenta 5 minutos, es decir, camina 15 minutos, al tercer día aumenta 5 minutos, caminando 20 minutos ese día, y así sucesivamente”.

a) ¿Cuál es la función que corresponde a este problema?

b) Tabula y gráfica la función que encontraste comprobando que sean el mismo resultado que se plantean en el ejercicio.

c) Alejandro le interesa el comportamiento de su avance en el entrenamiento, por tal motivo, tiene que aproximarse lo más que puede, sin sobrepasar, el día 2, por qué es importante para él saber cuánto avance de un día a otro, por si tiene que mejorar su preparación.

d) Da tu opinión sobre el comportamiento de aproximarse al día 2.

TRAZO DE FUNCIONES CON EL USO DE SOFTWARE

1. Descargar el programa GeoGebra*, ya sea en el celular o en la computadora.
2. Colocar algunas ecuaciones de primer grado.
3. Colocarle una potencia a la variable para observar que gráfica le corresponde.
4. Ahora colocar un cubo en la variable del polinomio.
5. Realiza las gráficas de las siguientes funciones y guarda todas las funciones con sus respectivas gráficas en un archivo para entrega.

1. $f(x) = \pi$
2. $f(x) = 3x + 5$
3. $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$
4. $f(x) = x^2 - 4x + 3$
5. $f(x) = -2x^2 + 5x + 4$
6. $f(x) = \frac{2x-3}{x+2}$

7. $y = \frac{x+1}{x-2}$
8. $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2}$

*GeoGebra https://www.geogebra.org/?lang=es

INDICADORES DE EVALUACIÓN	
DE PROCESO	DE PRODUCTO
1. Interactúa con la aplicación de GeoGebra. 2. Inserta las funciones correctamente de acuerdo a las variables que se le proporcionan. 3. Realiza las capturas de pantalla correspondiente.	4. Traza la gráfica de la empresa de jugos correctamente. 5. Ubica el punto máximo y mínimo en la gráfica de la empresa jugos correctamente. 6. Traza la gráfica de la empresa petrolera correctamente. 7. Ubica el punto máximo y mínimo en la gráfica de la empresa petrolera correctamente 8. Entrega en tiempo y forma el trabajo realizado.
HERRAMIENTA DE CALIFICACIÓN: ESCALA ESTIMATIVA	
INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN	

ESCALA ESTIMATIVA: ANEXO 4 TEMA: TRAZO DE FUNCIONES CON EL USO DE SOFTWARE

Aprendizaje esperado: Opera algebraica y aritméticamente, representa y trata gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas).

Fecha: _____ **Grado y Grupo:** _______ **Nombre:** ____

Tipo de evaluación: Heteroevaluación_X__; Coevaluación ___; Autoevaluación ___.

No.	Indicador	R	B	MB	E
1.	Interactúa con la aplicación de GeoGebra.				
2.	Inserta las funciones correctamente de acuerdo a las variables que se le proporcionan.				
3.	Realiza las capturas de pantalla correspondiente.				
4.	Traza la gráfica de la empresa de jugos correctamente.				
5.	Ubica el punto máximo y mínimo en la gráfica de la empresa jugos correctamente.				
6.	Traza la gráfica de la empresa petrolera correctamente.				
7.	Ubica el punto máximo y mínimo en la gráfica de la empresa petrolera correctamente				
8.	Entrega en tiempo y forma el trabajo realizado.				

Retroalimentación:

ANEXO 5: PROBLEMAS DE LÍMITES DE DIFERENTES TIPOS DE FUNCIONES.__

CÁLCULO DE LÍMITES

a) Calcula los siguientes límites laterales realizando la tabla y la gráfica correspondiente.

$lim = 5x^2 + 2x - 1 \;\; x^- \to 3$
$lim\; x^4 - 2x^2 - 3 \;\; x^+ \to 2$
$lim\; 4x^5 + 5x^3 + 6x^2 + 18 \quad x^- \to -1$

b) Calcula los siguientes límites usando los teoremas analizados.

$lim = 4x^3 - 3x^2 + 7x - 1 \;\; x \to 3$
$lim\; 3x^4 - 8x^2 - 5 \;\; x \to 2$
$lim\; 4x^5 + 5x^3 + 6x^2 + 18 \quad x \to -1$
$lim\; 2x^6 + 4x^4 + 7x^2 - 1 \quad x \to -1$
$lim\; \frac{x^2}{x-3} \quad x \to 4$
$lim\; log \;\; 5x \to 0$
$lim\; log\, 2x \quad x \to 3$
$lim\; 2^{3x} \;\; x \to 1$
$lim\; 5^{3x+2} \;\; x \to -2$
$lim\; sen\, 6x \quad x \to \pi/3$
$lim\; cos\, 2x \quad x \to \pi$
$lim\; tan\, x \quad x \to \pi/5$
$lim\; e^{4x} \qquad x \to 2$
$lim\; e^{5x-3} \qquad x \to 0$
$lim\; 3x^3 - 6x + 10 \quad x \to 0$
$lim\; \frac{3x^2}{2x} \quad x \to 5$
$lim\; \sqrt{3x-8} \quad x \to 2$

$$lim\ \sqrt{5x+10} \qquad x \to -1$$

$$lim\ \sqrt{x^2+1} \qquad x \to 3$$

$$lim\ \frac{x-6}{x^2-12} \qquad x \to 5$$

INDICADORES DE EVALUACIÓN	
DE PROCESO	DE PRODUCTO
1. Realiza las tablas para apoyo de cálculo de límites. 2. Realiza las gráficas de los límites. 3. Aplica los teoremas correspondientes para resolver los límites.	4. Realiza los límites con su tabla y gráfica correctamente. 5. Utiliza al menos 2 de los teoremas para calcular los límites correctamente. 6. Entrega en tiempo y forma el trabajo realizado.
HERRAMIENTA DE CALIFICACIÓN: ESCALA ESTIMATIVA	

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

ESCALA ESTIMATIVA: ANEXO 5 TEMA: PROBLEMAS DE LÍMITES DE DIFERENTES TIPOS DE FUNCIONES.

Aprendizaje esperado: Determina algebraica y visualmente las asíntotas de algunas funciones racionales básicas.

Fecha: _____ **Grado y Grupo:** _______ **Nombre:** ____

Tipo de evaluación: Heteroevaluación_X__; Coevaluación ___; Autoevaluación ___.

No.	Indicador	R	B	MB	E
1.	Realiza las tablas para apoyo de cálculo de límites.				
2.	Realiza las gráficas de los límites.				
3.	Aplica los teoremas correspondientes para resolver los límites.				
4.	Realiza los límites con su tabla y gráfica correctamente.				
5.	Utiliza al menos 2 de los teoremas para calcular los límites correctamente.				
6.	Entrega en tiempo y forma el trabajo realizado.				

Retroalimentación:

ANEXO 6: EXPONE AL MENOS 2 EJERCICIOS SOBRE DERIVADAS DE DISTINTOS TIPOS DE FUNCIONES.

TEOREMAS DE DERIVACIÓN.

Calcula la derivada de las siguientes funciones.

$y = 4x^6 - 3x^{-3} + 2x - 1$

$y = \frac{1}{3}x^5 - \frac{2}{7}x^{\frac{1}{4}}$

$y = 3\sqrt{x} + 6x - 2$

$y = (4x - 2)(6x^2 + 3)$

$y = (7x^3 - 1)(4x + 3)$

$y = \frac{5x^2+1}{x-2}$

$y = \frac{7x+8}{x^2-5}$

$y = 7(x^5 - 3)^4$

$y = 5\sqrt{6x^3 + 2}$

$y = 6\ sen\ 8x^2$

$y = 7\tan 5x^3$

$y = 4arc\sec 6x$

$y = 7arc\csc 2x$

$y = \frac{7}{5}(2x^5 + 3)^4$

$y = 5e^{-7x}$

$y = 4e^{3x}$

$y = 7\ln x^3$

$y = \log_9 4x^2$

INDICADORES DE EVALUACIÓN	
DE PROCESO	DE PRODUCTO
1. Realiza el procedimiento adecuado para resolver las derivadas. 2. Aplica las fórmulas de las derivadas adecuadas. 3. Utiliza un programa para realizar una presentación.	4. Realiza las 18 derivadas con el procedimiento correcto para resolver las derivadas. 5. Aplica correctamente las fórmulas de derivación de acuerdo con el tipo de función que le corresponde. 6. Realiza su presentación digital. 7. Se presenta ante el grupo adecuadamente. 8. Explica el proceso de cómo obtener sus derivadas correctamente. 9. Responde a las preguntas de sus compañeros. 10. Se observa un dominio del tema. 11. Presenta en tiempo y forma el trabajo realizado.
HERRAMIENTA DE CALIFICACIÓN: ESCALA ESTIMATIVA	
INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN	

ESCALA ESTIMATIVA: ANEXO 6 TEMA: EXPONE AL MENOS 2 EJERCICIOS SOBRE DERIVADAS DE DISTINTOS TIPOS DE FUNCIONES.
Aprendizaje esperado: Utiliza procesos para la derivación y representan a los objetos derivada y derivada sucesiva como medios adecuados para la predicción local.
Fecha: _____ **Grado y Grupo:** _______ **Nombre:** ____
Tipo de evaluación: Heteroevaluación_X__; Coevaluación ___; Autoevaluación ___.

No.	**Indicador**	**R**	**B**	**MB**	**E**
1.	Realiza el procedimiento adecuado para resolver las derivadas.				
2.	Aplica las fórmulas de las derivadas adecuadas.				
3.	Utiliza un programa para realizar una presentación.				
4.	Realiza las 18 derivadas con el procedimiento correcto para resolver las derivadas.				
5.	Aplica correctamente las fórmulas de derivación de acuerdo con el tipo de función que le corresponde.				
6.	Realiza su presentación digital.				
7.	Se presenta ante el grupo adecuadamente.				
8.	Explica el proceso de cómo obtener sus derivadas correctamente.				
9.	Responde a las preguntas de sus compañeros.				
10.	Se observa un dominio del tema.				
11.	Presenta en tiempo y forma el trabajo realizado.				

Retroalimentación: